

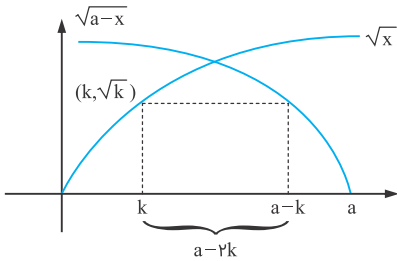


وایه دریافت سگفتانه پرن رولوگو 😊

منبع:

گزینه ۳

۱



$$S = \sqrt{k}(a - 2k) \Rightarrow S' = \frac{1}{2\sqrt{k}}(a - 2k) - 2\sqrt{k} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2\sqrt{k}} a - 2k - 4k = 0 \Rightarrow k = \frac{a}{6}$$

$$S_{\max} = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{6}}\left(a - \frac{a}{3}\right) = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{6}}\left(\frac{2a}{3}\right) = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{6}\left(\frac{4a}{9}\right) = 2 \Rightarrow a^2 = 27 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

طول برخورد دو تابع، $x = \frac{1}{2}$ است. نقطه M را به مختصات $(x, \sqrt{2-x})$ ، در نظر می‌گیریم. طول مستطیل، $2(x - \frac{1}{2})$ ، یعنی $2x - 1$ خواهد بود.



اکنون مساحت مستطیل را ماکزیم می‌کنیم.

$$S = (2x - 1)\sqrt{2-x}, \quad -1 \leq x \leq 2$$

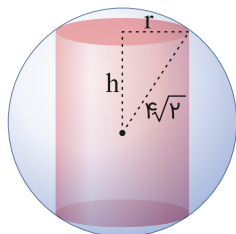
$$S' = 2\sqrt{2-x} - \frac{2x-1}{\sqrt{2-x}} = 0$$

$$\Rightarrow 4(2-x) = 2x-1 \Rightarrow 8-4x = 2x-1$$

$$6x = 9 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$S_{\max} = (2 \times \frac{3}{2} - 1)\sqrt{2 - \frac{3}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳



$$h^2 + r^2 = 32 \Rightarrow h = \sqrt{32 - r^2}$$

$$\text{مساحت جانبی} : f = 2\pi r \times h = 4\pi r \sqrt{32 - r^2} = 4\pi \sqrt{32r^2 - r^4}$$

$$f' = 4\pi \times \frac{64r - 4r^3}{2\sqrt{32r^2 - r^4}} = 0 \quad \begin{cases} r = 0 & \text{نادرست} \\ r = 4 & \text{درست} \end{cases}$$

اگر $r = 4$ باشد $h = 4$ است.

$$\max(S) = 4\pi(4)(4) = 64\pi$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰



ورود به دنیای ماویک



نقطه M را به صورت پارامتری روی تابع $y = \sqrt[3]{4-x}$ انتخاب می‌کنیم. مساحت مستطیل را تابعی از x در نظر می‌گیریم.

$$S(x) = 2x\sqrt[3]{4-x} = 2\sqrt[3]{4x^3 - x^4}$$

کافی است $4x^3 - x^4$ را ماکزیم کنیم.

$$g(x) = 4x^3 - x^4 \Rightarrow g'(x) = 12x^2 - 4x^3 = 0 \xrightarrow{x>0} x = 3$$

$$S_{\max} = S(3) = 2 \times 3\sqrt[3]{4-3} = 6$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$y = x^3 - 12x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

x	$-\infty$	-2		2		$+\infty$
y'		+	o	-	o	+
y		↗	۱۸	↘	-۱۴	↗

بنابراین مقدار مینیمم نسبی برابر ۱۴- است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳



$$\begin{cases} \angle C_1 = \angle O = 90^\circ \\ \angle P = \angle P \end{cases} \Rightarrow \triangle PBC \sim \triangle OPQ \Rightarrow \frac{PC}{OP} = \frac{BC}{OQ}$$

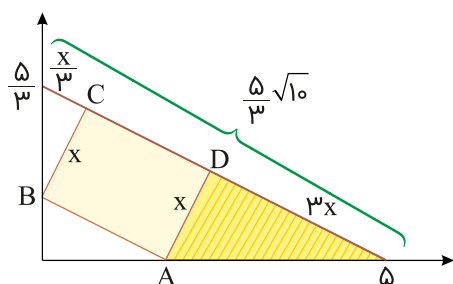
$$\Rightarrow PC = OP \times \frac{BC}{OQ} = \frac{5}{3} \times \frac{x}{5} = \frac{x}{3}$$

$$\begin{cases} \angle D_1 = \angle O = 90^\circ \\ \angle Q = \angle Q \end{cases} \Rightarrow \triangle ADQ \sim \triangle OPQ \Rightarrow \frac{DQ}{OQ} = \frac{AD}{OP}$$

$$\Rightarrow DQ = OQ \times \frac{AD}{OP} = 5 \times \frac{x}{\frac{5}{3}} = 3x$$

$$PQ = \sqrt{25 + \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{10 \times 25}{9}} = \frac{5}{3} \sqrt{10}$$

$$CD = \frac{5}{3} \sqrt{10} - \frac{x}{3} - 3x$$



$$S_{ABCD} = x \times CD = x \left(\frac{5}{3} \sqrt{10} - \frac{x}{3} - 3x \right) = -\frac{10}{3} x^2 + \frac{5}{3} \sqrt{10} x$$

$$(S_{ABCD})' = -\frac{20}{3} x + \frac{5}{3} \sqrt{10} \Rightarrow -\frac{20}{3} x + \frac{5}{3} \sqrt{10} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-\frac{5}{3} \sqrt{10}}{-\frac{20}{3}} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

حداکثر S در $x = \frac{\sqrt{10}}{4}$ رخ می‌دهد، پس مساحت هاشورخورده برابر است با:

$$\frac{1}{2} x \times 3x = \frac{3}{2} x^2 = \frac{3}{2} \times \frac{10}{16} = \frac{15}{16}$$



$$f(0) = 3 \Rightarrow c = 3$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

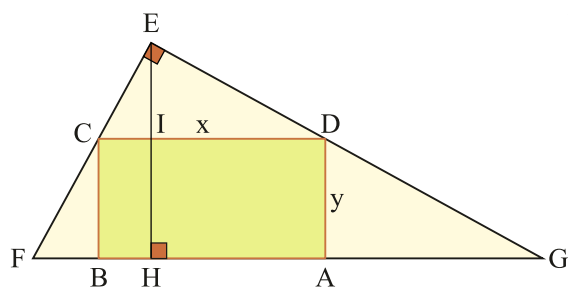
$$\Rightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0 \\ f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2a}{3} \end{cases} \end{cases}$$

$$f\left(-\frac{2a}{3}\right) = 0 \Rightarrow \left(-\frac{2a}{3}\right)^3 + a\left(-\frac{2a}{3}\right)^2 + 3 = 0$$

$$-\frac{8a^3}{27} + \frac{2a^3}{3} + 3 = 0 \Rightarrow \frac{2a^3}{9} = -3 \Rightarrow a^3 = -\frac{27}{2}$$

$$\Rightarrow a = -\sqrt[3]{\frac{27}{2}} \Rightarrow x_{\min} = -\frac{2a}{3} = \sqrt[3]{\frac{27}{2}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱



$$EF = a, EG = 2a$$

$$\Rightarrow FG = \sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5}a$$

$$\Rightarrow EF \times EG = EH \times FG \Rightarrow EH = \frac{2a \times a}{\sqrt{5}a} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{CD}{FG} = \frac{EI}{EH} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{5}a} = \frac{\frac{2a}{\sqrt{5}} - y}{\frac{2a}{\sqrt{5}}} \Rightarrow \frac{2x}{\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} - y \Rightarrow y = \frac{2a}{\sqrt{5}} - \frac{2x}{\sqrt{5}}$$

$$S = xy = x\left(\frac{2a}{\sqrt{5}} - \frac{2x}{\sqrt{5}}\right) = \frac{2ax}{\sqrt{5}} - \frac{2x^2}{\sqrt{5}}$$

$$S' = 0 \Rightarrow \frac{2a}{\sqrt{5}} - \frac{4x}{\sqrt{5}} = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}}{2}a \Rightarrow y = \frac{2a}{\sqrt{5}} - \frac{2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)}{\sqrt{5}} = \frac{a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}a}{\frac{a}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

دامنه تابع $D_f = [0, \frac{a}{2}]$ است.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{a-2x}} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{a-2x}$$

$$\Rightarrow 2x = a - 2x \Rightarrow x = \frac{a}{4} \in [0, \frac{a}{2}]$$

پس مجموعه نقاط بحرانی $\{0, \frac{a}{4}, \frac{a}{2}\}$ می باشد. اکنون مقادیر نقاط بحرانی را حساب می کنیم.

$$f(0) = \sqrt{a}, f(\frac{a}{4}) = \sqrt{\frac{a}{4}} + \sqrt{a - \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{a}}{2} + \frac{2\sqrt{a}}{2} = \frac{3\sqrt{a}}{2}$$

$$f(\frac{a}{2}) = \sqrt{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{a}}{2}$$

بنابراین $\max f(x) = \frac{3\sqrt{a}}{2}$ و $\min f(x) = \frac{\sqrt{2}\sqrt{a}}{2}$ است. پس:

$$\frac{3\sqrt{a}}{2} \times \frac{\sqrt{2}\sqrt{a}}{2} = \sqrt{12} \Rightarrow \frac{3a\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{12} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow [a] = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

ریشه های مشتق تابع باید ۲- و صفر باشد.

$$y' = 3x^2 + 2ax - 2b$$

پس:

$$\xrightarrow{(0,0)} b = 0$$

$$\xrightarrow{(-2,0)} 3(-2)^2 + 2a(-2) = 0 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3$$

حال ریشه های مشتق را در تابع اصلی جایگذاری می کنیم:

$$y = x^3 + 3x^2 - 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{x=0} (0, -4) \\ \xrightarrow{x=-2} (-2, 0) \end{array} \right. \xrightarrow{\text{فاصله}} \sqrt{(-2-0)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

A نقطه : (a, a^2)

A' نقطه : (a^2, a)

$$y = x \text{ با } f \text{ تقاطع } \Rightarrow x^2 = x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow a \in (0, 1)$$

$$AA' = \sqrt{(a^2 - a)^2 + (a - a^2)^2} = \sqrt{2} |a^2 - a|$$

$$\xrightarrow{a \in (0, 1)} \sqrt{2} (a - a^2) = -\sqrt{2} a^2 + \sqrt{2} a$$

$$\xrightarrow{\max} \frac{-\Delta}{2a} = -\frac{\sqrt{2} - 0}{2(-\sqrt{2})} = \frac{2}{-4\sqrt{2}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

چون طول پاره خط مدنظر است، پس مثبت در نظر می گیریم.
تذکر: با استفاده از مشتق AA' نیز می توان به جواب رسید.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$g(x) = \frac{x^2(x^2 - 4)}{x^2 - 1} = \frac{x^4 - 4x^2}{x^2 - 1}$$

$$g'(x) = \frac{(4x^3 - 8x)(x^2 - 1) - 2x(x^4 - 4x^2)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{2x[(2x^2 - 4)(x^2 - 1) - x^4 + 4x^2]}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2x(x^4 - 2x^2 + 4)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & ; |x| \geq 2 \\ -g(x) & ; |x| < 2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} g'(x) & ; |x| > 2 \\ -g'(x) & ; |x| < 2 \end{cases}$$

تابع f' در سه نقطه $x = 2$, $x = -2$ و $x = 0$ تغییر علامت می دهد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

نقطه $B(x, \sqrt{2x+7})$ را روی منحنی در نظر می‌گیریم. فاصله نقطه $A(5, 0)$ را از نقطه B محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x-5)^2 + (\sqrt{2x+7}-0)^2} \\ &= \sqrt{x^2 - 10x + 25 + 2x + 7} = \sqrt{x^2 - 8x + 32} \end{aligned}$$

برای به دست آوردن کمترین فاصله، از AB مشتق می‌گیریم:

$$(AB)' = \frac{2x-8}{2\sqrt{x^2-8x+32}} = \frac{x-4}{\sqrt{x^2-8x+32}}$$

$$(AB)' = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow B(4, \sqrt{15})$$

کمترین فاصله نقطه A از منحنی، برابر است با فاصله دو نقطه A و B . در نتیجه داریم:

$$A(5, 0), B(4, \sqrt{15}) \Rightarrow AB = \sqrt{(5-4)^2 + (0-\sqrt{15})^2} = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$f'(x) = 1 + \frac{4 - 2x}{2\sqrt{4x - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2-x}{\sqrt{4x-x^2}} = 1 \Rightarrow \sqrt{4x-x^2} = x-2 \quad (*)$$

باتوجه به معادله باید $x-2 \geq 0$ باشد، یعنی: $x \geq 2$
 حال معادله (*) را حل می‌کنیم. ابتدا به توان ۲ می‌رسانیم:

$$4x - x^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 8 = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2} & \text{قابل قبول} \\ x = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2} & (x \geq 2 \text{ زیرا}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(2 + \sqrt{2}) = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{4(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})^2}$$

$$= 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}) \text{ ماکزیمم نسبی}$$

حال فاصله نقطه A را از نیمساز ناحیه اول یعنی $y = x$ به دست می‌آوریم:

$$x - y = 0$$

$$\Rightarrow d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 + \sqrt{2} - 2 - 2\sqrt{2}|}{\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

طول ضلع قاعده را a و ارتفاع را h می‌نامیم، داریم:

$$V = a^2 h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{a^2}$$

مقدار حلب برابر $a^2 + 4ah$ است:

$$S = 4ah + a^2 = \frac{16}{a} + a^2$$

مشتق می‌گیریم و برابر صفر می‌گذاریم:

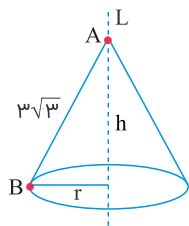
$$S = \frac{16}{a} + a^2 \Rightarrow S' = -\frac{16}{a^2} + 2a = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow h = 1$$

$$S = 8 + 4 = 12$$

پس مقدار حلب برابر ۱۲ است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱





$$r^2 + h^2 = (\sqrt{3})^2 = 3 \Rightarrow r^2 = 3 - h^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi}{3}(3 - h^2)h = \frac{\pi}{3}(3h - h^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 3 - 3h^2 = 0 \Rightarrow h^2 = 1 \Rightarrow h = 1$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

نقاط بحرانی تابع $f(x) = x|x^3 - x^2|$ را حساب می‌کنیم:

$$x^3 - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \in D \\ x = -\sqrt{3} \notin D \end{cases}$$

$$(x(x^3 - x^2))' = 0 \Rightarrow (3x^2 - 2x^3)' = 0 \Rightarrow 3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in D \\ x = -1 \in D \end{cases}$$

پس مجموعه نقاط بحرانی $\{-1, 1, \sqrt{3}, -1/\sqrt{3}\}$ خواهد بود.

$$f(1) = 2, f(-1) = -2, f(\sqrt{3}) = 0$$

$$f(-1/\sqrt{3}) = f(-\frac{\sqrt{3}}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}|\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{3}| = \frac{-\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{3}$$

کمترین مقدار تابع -2 خواهد بود.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

نقطه A را $A(x, \sqrt[3]{-x})$ با فرض $x \in [0, 1]$ در نظر می‌گیریم، در این صورت $A'(\sqrt[3]{x}, -x)$ خواهد بود.

$$AA' = \sqrt{(x - \sqrt[3]{x})^2} \times 2 = \sqrt{2} \underbrace{|x - \sqrt[3]{x}|}_{g(x)}$$

$$g(x) = x - \sqrt[3]{x}, \quad x \in [0, 1]$$

حال بیشترین مقدار $g(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = 0 \Rightarrow 3\sqrt[3]{x^2} = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{27} \Rightarrow x = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$g(0) = g(1) = 0, \quad g\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{3\sqrt{3}} - \sqrt[3]{\frac{1}{3\sqrt{3}}} = \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-2}{3\sqrt{3}}$$

$$\max(AA') = \sqrt{2} \left| \frac{-2}{3\sqrt{3}} \right| = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{6}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x^2+1) - 2x(x^2+2x-3)}{(x^2+1)^2} = 0$$

$$\Rightarrow (2x+2)(x^2+1) - 2x(x^2+2x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \cancel{2x^3} + 2x + 2x^2 + 2 - \cancel{2x^3} - 4x^2 + 6x = 0$$

$$\Rightarrow -2x^2 + 8x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 20 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$$

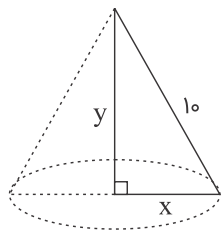
x	$-\infty$	$2-\sqrt{5}$	$2+\sqrt{5}$	$+\infty$
f'	-	+	-	
f		$\searrow$ min	$\nearrow$ max $\searrow$	

$$f(2+\sqrt{5}) = \frac{(2+\sqrt{5})^2 + 4 + 2\sqrt{5} - 3}{(2+\sqrt{5})^2 + 1}$$

$$= \frac{9 + 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 1}{9 + 4\sqrt{5} + 1} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}} = \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 2\sqrt{5}} \times \frac{5 - 2\sqrt{5}}{5 - 2\sqrt{5}} = -1 + \sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم x و y داریم:



$$x^2 + y^2 = l_0^2 \Rightarrow x^2 = l_0^2 - y^2 \quad (*)$$

از دوران مثلث حول ضلع قائمه آن، مخروط تشکیل می‌شود، بنابراین داریم:

$$V = \frac{1}{3}\pi x^2 y \xrightarrow{(*)} V = \frac{1}{3}\pi (l_0^2 - y^2)y = \frac{\pi}{3}(l_0^2 y - y^3)$$

حال برای به دست آوردن طول اضلاع قائم، از V مشتق می‌گیریم:

$$V' = \frac{\pi}{3}(l_0^2 - 3y^2) \Rightarrow \frac{\pi}{3}(l_0^2 - 3y^2) = 0$$

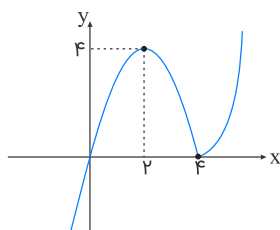
$$\Rightarrow l_0^2 - 3y^2 = 0 \Rightarrow y^2 = \frac{l_0^2}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 = l_0^2 - y^2 \Rightarrow x^2 = l_0^2 - \frac{l_0^2}{3} = \frac{3l_0^2 - l_0^2}{3} = \frac{2l_0^2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{\frac{2l_0^2}{3}}{\frac{l_0^2}{3}} = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = \sqrt{2}$$

$$f(x) = x|x - 4| = \begin{cases} x^2 - 4x & ; x \geq 4 \\ 4x - x^2 & ; x < 4 \end{cases}$$

نمودار این تابع به صورت زیر است:

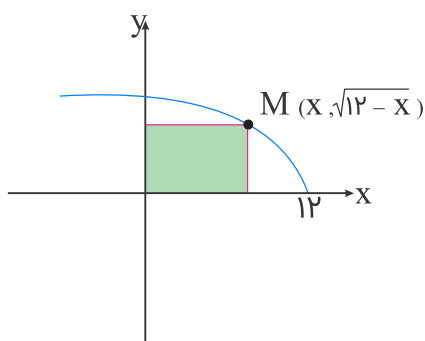


این تابع در $(4, 0)$ مینیمم نسبی و در $(2, 4)$ ماکزیمم نسبی دارد. فاصله آن‌ها برابر است با:

$$\sqrt{(2-4)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:



مساحت مستطیل ساخته‌شده برابر $S(x) = x\sqrt{12-x}$ است.

$$S' = \sqrt{12-x} - \frac{x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \Rightarrow \frac{2(12-x) - x}{2\sqrt{12-x}} = 0$$

$$24 - 2x - x = 0 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow S_{\max} = 8\sqrt{12-8} = 16$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

راه حل اول:



$$\sin \alpha = \frac{x}{\rho} \Rightarrow x = \rho \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{y}{\rho} \Rightarrow y = \rho \cos \alpha$$

$$S = x(y) = \rho^2 \sin \alpha \cos \alpha = \rho^2 \sin 2\alpha$$

مساحت وقتی ماکزیمم است که $\sin 2\alpha = 1$ باشد. بنابراین: $S_{\max} = \rho^2$

راه حل دوم:



$$x^2 + y^2 = \rho^2 \Rightarrow y = \sqrt{\rho^2 - x^2}$$

$$S = 2xy = 2x\sqrt{\rho^2 - x^2}$$

$$S' = 2\sqrt{\rho^2 - x^2} + \frac{-2x^2}{\sqrt{\rho^2 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = \rho^2 - x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{\rho^2}{2} \Rightarrow x = \frac{\rho}{\sqrt{2}}$$

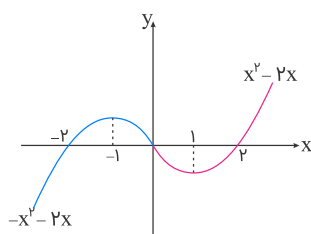
$$\Rightarrow y = \frac{\rho}{\sqrt{2}}$$

$$S_{\max} = 2 \times \frac{\rho}{\sqrt{2}} \times \frac{\rho}{\sqrt{2}} = \rho^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$f(x) = x|x| - 2x = \begin{cases} x^2 - 2x & ; x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & ; x < 0 \end{cases}$$

نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} x \geq 0 : f'(x) = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x < 0 : f'(x) = -2x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

باتوجه به شکل، ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع به ترتیب برابر $(-1, 1)$ و $(1, -1)$ است، پس فاصله آن‌ها از هم برابر است با:

$$\text{فاصله} : \sqrt{(-1-1)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸