



واسه دریافت سؤقتانه پزن رولوگو 😊

گزینه ۱

۱

طبق نمودار $f\left(\frac{4}{3}\right) = 0$ و $f(0) = -2$:

$$f(0) = -1 + \log_c b = -2 \Rightarrow \log_c b = -1 \Rightarrow b = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = 1$$

$$\begin{cases} bc = 1 \\ b - c = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow b - \frac{1}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b = 3 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$b = -\frac{1}{3} \Rightarrow c = -3$$

$c > 0$ است؛ بنابراین $c = \frac{1}{3}$ قابل قبول است.

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = 0 \Rightarrow -1 + \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{4a}{3} + b\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4a}{3} + 3 = \frac{1}{3} \Rightarrow a = -2$$

$$(a + c)b = \left(-2 + \frac{1}{3}\right)(3) = -5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$f(0) = 2 \Rightarrow 1 - \log_c(-b) = 2 \Rightarrow \log_c(-b) = -1$$

$$\Rightarrow -b = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1$$

$$f(-1/5) = 0 \Rightarrow 1 - \log_c\left(-\frac{3}{2}a - b\right) = 0$$

$$\Rightarrow \log_c\left(-\frac{3}{2}a - b\right) = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}a - b = c \Rightarrow -\frac{3}{2}a = b + c \Rightarrow a = 1$$

حال b و c را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} b + c = -\frac{3}{2} \\ bc = -1 \end{cases} \Rightarrow b - \frac{1}{b} = -\frac{3}{2} \Rightarrow b^2 + \frac{3}{2}b - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -2 \Rightarrow c = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

باتوجه به دامنه تابع، $b = -2$ و $c = \frac{1}{2}$ قابل قبول است ($c > 0$). بنابراین:

$$(a + c)b = \left(1 + \frac{1}{2}\right)(-2) = -3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$\log_9 x + 3 \log_{x^2} 3 = \frac{\log x}{\log 9} + \frac{3 \log 3}{2 \log x}$$

$$\underbrace{\frac{\log x}{\log 9}}_a \times \underbrace{\frac{3 \log 3}{2 \log x}}_b = \frac{3}{4}, \quad ab = \frac{3}{4} \Rightarrow \min(a + b) = ?$$

$$\Rightarrow a = b = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \min(a + b) = \sqrt{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$x^y(\log 30) + yx(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$$

$$\Rightarrow x^y(\log 5 + \log 6) + yx(\log 6) - (\log 5 - \log 6) = 0$$

$$\Rightarrow (\log 5 + \log 6)x^y + (y \log 6)x + (\log 6 - \log 5) = 0$$

در معادله درجه دوم $ax^y + bx + c = 0$ که $a + c = b$ یکی از ریشه‌های $x = -1$ و دیگری $x = \frac{-c}{a}$ است.

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -1, x = \frac{\log 5 - \log 6}{\log 5 + \log 6} \simeq 0$$

$$\text{تفاضل ریشه‌ها} \simeq |-1 - 0| = 1$$

برای محاسبه $\log 5$ و $\log 6$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\log 2 \simeq 0/3 \Rightarrow \log 5 = 1 - \log 2 \simeq 0/7$$

$$\log 3 \simeq 0/4, \log 2 \simeq 0/3 \Rightarrow \log 6 = \log 2 + \log 3 \simeq 0/7$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$f(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3}$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^a \times 3^b = 0$$

$$\xrightarrow{c \times 3^a = -\frac{1}{3}} 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)(3^b) = 0 \Rightarrow 3^b = 3 \Rightarrow b = 1$$

$$f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + c \times 3^a \times 3^{-b} = 1 + \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{9}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

راه حل اول:

$$y = -1 + \log_b^{(2(x+\frac{a}{2}))}$$

تابع به اندازه $\frac{1}{2}$ نسبت به نمودار $y = \log x$ انتقال افقی به سمت راست داشته است. پس:

$$\frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

$$y = -1 + \log_b^{(2x-1)}$$

به علاوه مقدار تابع در $x = 2$ صفر است:

$$y(2) = -1 + \log_b^2 = 0 \Rightarrow \log_b^2 = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$y = -1 + \log_2^{(2x-1)} \xrightarrow{y=1 \text{ با } x=2} -1 + \log_2^{(2x-1)} = 1$$

$$\Rightarrow \log_2^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x-1 = 4 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

راه حل دوم: (برای به دست آوردن a و b)

$$y = -1 + \log_b^{(2x+a)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + a > 0 \Rightarrow x > -\frac{a}{2} \\ x > \frac{1}{2} : \text{طبق نمودار} \end{array} \right\} \Rightarrow a = -1$$

$$(2, 0) \Rightarrow -1 + \log_b^2 = 0 \Rightarrow b = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\log 5 = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2 \simeq 0.7$$

$$\log 9 = \log 3^2 = 2 \log 3 \simeq 0.8$$

$$\log 15 = \log 5 + \log 3 \simeq 1.1$$

$$\log \frac{5}{3} = \log 5 - \log 3 \simeq 0.3$$

$$(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0 \Rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} x_1 = 1, x_2 = -\frac{1/1}{0.3}$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = 1 + \frac{1/1}{0.3} = 1 + \frac{11}{3} = \frac{14}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$\log_{\lambda} x + 4 \log_{x^3} 2 = \frac{1}{3} \log_{\lambda} x + \frac{4}{3} \log_x 2 \geq 2 \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \log_{\lambda} x + \frac{4}{3} \log_x 2 \geq \frac{4}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3} \log_{\lambda} x + \frac{4}{3} \log_x 2} \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\log_{\lambda} x + 4 \log_{x^3} 2}} \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

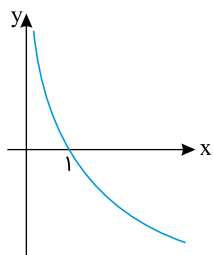
نکته ۱: دو عدد معکوس با ضرایب a و b که هر دو مثبت هستند، رابطه زیر را دارند:

$$ax + \frac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$$

نکته ۲: $\log_m n$ و $\log_n m$ معکوس هم هستند.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

نمودار تابع $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ به صورت زیر است:



برای آنکه $\frac{x}{g(x)} \geq 0$ باشد باید x و $g(x)$ هم علامت باشند. x هایی که در ناحیه اول است، انتخاب می کنیم. بنابراین $0 < x < 1$ است و در این بازه هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$\frac{3^x(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5)}{2^x(2^{-2} + 2^{-1} + 1 + 2 + 2^2 + 2^3)} = 52$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{52 \times 15/75}{364} = \frac{819}{364} = 2/25 \Rightarrow x = 2$$

نکته:

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 = \frac{1(1 - 3^6)}{1 - 3} = 364$$

$$2^{-2} + 2^{-1} + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 = \frac{1}{4}(1 - 2^6) = \frac{63}{4} = 15/75$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$\log_{mn}(m^a n) = \frac{a \log m + \log n}{\log m + \log n} = \frac{a(\log_n m) + 1}{(\log_n m) + 1} = b \Rightarrow b = \frac{a + 1}{a + 1}$$

$$\Rightarrow [b] = \left[\frac{a + 1}{a + 1}\right] = \left[\frac{a + 1}{a + 1} + \frac{a}{a + 1}\right] \Rightarrow [b] = 1 + \left[\frac{a}{a + 1}\right]$$

چون $a > 0$ پس $1 < \frac{a}{a + 1} < 0$ است. بنابراین $\left[\frac{a}{a + 1}\right] = 0$ و در نتیجه $[b] = 1$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$ax^r - \lambda x + r = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\lambda}{a} \\ \alpha\beta = \frac{r}{a} \end{cases}$$

$$(\alpha^r \beta)(\beta^r \alpha) = \alpha^r \beta + \beta^r \alpha \Rightarrow (\alpha\beta)^r = \alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r}{a}\right)^r = \frac{\lambda}{a} \times \frac{r}{a} \Rightarrow \frac{r^r}{a^r} = \frac{r\lambda}{a^2} \Rightarrow a = r$$

$$\log_{\sqrt{r}} a = \log_{\sqrt{r}} r = \log_{r^{\frac{1}{2}}} r = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$rx^{r-2} = \lambda x \Rightarrow rx^{r-2} = r^{\lambda x} \Rightarrow x^r - 2 = \lambda x$$

$$x^r - \lambda x = 2 \Rightarrow x^r - \lambda x + \lambda = 2 \Rightarrow (x - 2)^r = 2 \Rightarrow x - 2 = \sqrt[r]{2}$$

حاصل $\log_{\frac{1}{r}}(x-2)$ را می‌خواهیم:

$$\log_{\frac{1}{r}}(x-2) = \log_{\frac{1}{r}} \sqrt[r]{2} = \frac{1}{r}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$\log_r r = a \Rightarrow r^a = r \Rightarrow r^{ra} = r(*)$$

$$\log_{\lambda} b = \frac{r}{r}(1+a) \Rightarrow b = \lambda^{\frac{r}{r}(1+a)} \xrightarrow{\lambda=r^r} b = r^{r(1+a)} \Rightarrow b = r^r \times r^{ra}$$

$$\xrightarrow{(*)} b = r^r \times r \Rightarrow b = r^6$$

$$\log(r^6 - \lambda) = \log(r^6 - r) = \log(100 - 1) = \log 99 = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{aligned}
 \log_{\lambda} \lambda &= \log_{\sqrt[3]{2}} \lambda = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \log_{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2} \times 2) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2} \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} + \log_{\sqrt[3]{2}} 2) \\
 &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2} \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} + 1) = m \Rightarrow \sqrt[3]{2} \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} + 1 = \sqrt[3]{2} m \\
 &\Rightarrow \sqrt[3]{2} \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2} m - 1 \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} = \frac{\sqrt[3]{2} m - 1}{\sqrt[3]{2}} \\
 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 &= \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \log_{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2} + \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2}) \\
 &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2} + \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{2}) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\sqrt[3]{2} + \frac{\sqrt[3]{2} m - 1}{\sqrt[3]{2}}) = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} (\frac{\sqrt[3]{2} m + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}) = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} (m + 1)
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\begin{aligned}
 f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) &= 1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 1 = \sqrt[3]{2^{\frac{a}{\sqrt[3]{2}} + b}} \Rightarrow 2^{\frac{a}{\sqrt[3]{2}} + b} = 1 \Rightarrow \frac{a}{\sqrt[3]{2}} + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{a}{\sqrt[3]{2}} (*) \\
 f^{-1}(\lambda) &= \omega \Rightarrow f(\omega) = \lambda \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \lambda = \sqrt[3]{2^{\omega a + b}} \\
 2^{\omega a + b} &= 2^9 \Rightarrow \omega a + b = 9 \xrightarrow{(*)} \omega a - \frac{a}{\sqrt[3]{2}} = 9 \Rightarrow \frac{9a}{\sqrt[3]{2}} = 9 \Rightarrow a = \sqrt[3]{2} \xrightarrow{(*)} b = -1
 \end{aligned}$$

در آخر داریم:

$$a - b = \sqrt[3]{2} - (-1) = \sqrt[3]{2} + 1$$

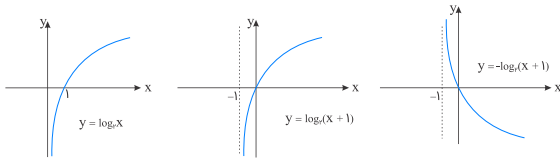
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

فرض می‌کنیم $\log_y x = t$ باشد:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{t} - \sqrt[3]{2} t &= 1 \Rightarrow 1 - \sqrt[3]{2} t^{\sqrt[3]{2}} = t \Rightarrow \sqrt[3]{2} t^{\sqrt[3]{2}} + t - 1 = 0 \Rightarrow t = -1, \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\
 \xrightarrow{x, y > 1} \log_y x &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow x^{\sqrt[3]{2}} = y
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

به کمک انتقال و قرینۀ نمودار تابع $\log_p x$ ، به راحتی به جواب می‌رسیم.



$$y = -\log_p(x+1) = \log_p(x+1)^{-1} \Rightarrow U(x) = (x+1)^{-1}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$f(0) = 0 \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{p}\right)^0 = 0 \Rightarrow a + b = 0 \quad (1)$$

$$f^{-1}(-1) = -1 \Rightarrow f(-1) = -1 \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{p}\right)^{-1} = -1 \\ \Rightarrow a + pb = -1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ a + pb = -1 \end{cases} \Rightarrow b = -1, a = 1$$

$$a - b = 1 - (-1) = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

بافرض $x = 9$ و تغییر متغیر $\log_a 9 = t$ معادله را تنظیم می‌کنیم:

$$2 \times \frac{1}{t} + \frac{1}{2}t = 2 \Rightarrow \frac{2}{t} + \frac{t}{2} = 2 \Rightarrow \frac{t}{2} = 1 \Rightarrow t = 2 \\ \Rightarrow \log_a 9 = 2 \Rightarrow 9 = a^2 \xrightarrow{a>0} a = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰
علوی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

$$\begin{aligned}
 (5/4)^{2x-1} &= \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \\
 \Rightarrow \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} &= \left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^{x^2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3x^2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3x^2} = \left(\frac{4}{10}\right)^{-3x^2} \\
 \Rightarrow \left(\frac{4}{10}\right)^{2x-1} &= \left(\frac{4}{10}\right)^{-3x^2} \Rightarrow -3x^2 = 2x - 1 \\
 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غ.ق.ق} \\ x = \frac{1}{3} & \text{ق.ق} \end{cases}
 \end{aligned}$$

به ازای $x = -1$ عبارت $\log_{\lambda}^{(9x+1)}$ تعریف نشده است.
برای $x = \frac{1}{3}$ داریم:

$$\log_{\lambda}^{(9x+1)} = \log_{\lambda}^{(9 \times \frac{1}{3} + 1)} = \log_{\lambda}^4 = \log_{\frac{2}{5}}^4 = \frac{2}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸
علوی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۱۴۰۱۷

$$\begin{aligned}
 x^2 - x - 2 > 0 &\Rightarrow (x+1)(x-2) > 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \quad (1) \\
 x^2 - 1 \geq 0 &\Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (2)
 \end{aligned}$$

اشتراک جواب‌های به دست آمده $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} \xrightarrow{f^{-1}(2)=?} \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2$$

$$\Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow 2^x + \frac{1}{2^x} = 4 \xrightarrow{t=2^x} t + \frac{1}{t} = 4$$

$$\Rightarrow t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3} \\ t = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$t = 2^x \Rightarrow x = \log_2 t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2(2 + \sqrt{3}) \\ x = \log_2(2 - \sqrt{3}) \end{cases} < 0 \text{ غ ق ق}$$

جواب $x = \log_2(2 - \sqrt{3})$ غیرقابل قبول است، زیرا دامنه $[0, +\infty)$ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به شکل، دو نقطه $(\frac{1}{3}, 0)$ و $(0, -6)$ در تابع $f(x)$ صدق می‌کنند؛ بنابراین:

$$(0, -6) : f(0) = -6 \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{0+b} = -6 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^b = 3$$

$$\Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow -b = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$\left(\frac{1}{3}, 0\right) : f\left(\frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}a-1} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}a-1} = 9$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}a-1} = 3^2 \Rightarrow 3^{-\frac{1}{3}a+1} = 3^2 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}a = 1 \Rightarrow a = -3$$

مقادیر a و b را در تابع f جایگذاری می‌کنیم:

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-4-1} = -9 + 3^5$$

$$= -9 + 243 = 234$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$f(x) = \frac{v^x - \left(\frac{1}{v}\right)^x}{v} \xrightarrow{f^{-1}(v)=?} \frac{v^x - \left(\frac{1}{v}\right)^x}{v} = v$$

$$\Rightarrow v^x - \frac{1}{v^x} = v \xrightarrow{t=v^x} t - \frac{1}{t} = v \Rightarrow t^v - 1 = vt$$

$$\Rightarrow t^v - vt - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = v^2 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{v + \sqrt{v^2}}{v} = v + \sqrt{v} \\ t = \frac{v - \sqrt{v^2}}{v} = v - \sqrt{v} \end{cases}$$

$$t = v^x \Rightarrow x = \log_v t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_v^{(v+\sqrt{v})} \\ x = \log_v^{(v-\sqrt{v})} \end{cases} < 0 \text{ غ ق ق}$$

جواب $x = \log_v^{(v-\sqrt{v})}$ غیر قابل قبول است، زیرا $v - \sqrt{v} < 0$ می باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

نکته:

$$۱) \log_b^a = \frac{\log_x^a}{\log_x^b} (x > 0, x \neq 1)$$

$$۲) \log_a^{b^n} = n \log_a^b$$

با استفاده از نکات فوق داریم:

$$\begin{aligned} \log_{18}^8 &= \frac{\log_8^8}{\log_8^{18}} = \frac{\log_8^{2^3}}{\log_8^{2 \cdot 9}} = \frac{3 \log_8^2}{\log_8^2 + \log_8^9} \\ &= \frac{3 \log_8^2}{\log_8^2 + 2 \log_8^3} = \frac{3 \left(\frac{5}{8}\right)}{\frac{5}{8} + 2} = \frac{\frac{15}{8}}{\frac{21}{8}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

نکته:

$$۱) \log_b^a = \frac{\log a}{\log b}$$

$$۲) \log_a^{b^n} = n \log_a^b$$

با استفاده از نکات فوق داریم:

$$\log_8^3 = 0/8 \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 8} = 0/8 \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2^3} = 0/8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \frac{\log 3}{\log 2} = 0/8 \Rightarrow \frac{\log 3}{\log 2} = 1/6 \Rightarrow \log 3 = 1/6 \log 2 \quad (*)$$

سپس باتوجه به (*) مقدار $\log_{12}^6$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \log_{12}^6 &= \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{\log 2 \times 3}{\log 2^2 \times 3} = \frac{\log 2 + \log 3}{\log 2^2 + \log 3} = \frac{\log 2 + \log 3}{2 \log 2 + \log 3} \\ &= \frac{\log 2 + 1/6 \log 2}{2 \log 2 + 1/6 \log 2} = \frac{(1 + 1/6) \log 2}{(2 + 1/6) \log 2} = \frac{7/6}{13/6} = \frac{7}{13} \end{aligned}$$

توجه کنید که برای به دست آوردن رابطه (*), می‌توانستیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\log_{a^m}^{b^n} = \frac{n}{m} \log_a^b \quad \text{نکته:}$$

$$\log_8^3 = \log_{2^3}^3 = \frac{1}{3} \log_2^3 = 0/8 \Rightarrow \log 3 = 1/6 \log 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

باتوجه به شکل، دو نقطه $(0, -2)$ و $(-\frac{1}{3}, 0)$ در تابع f صدق می‌کنند. بنابراین:

$$(0, -2) : f(0) = -2 \Rightarrow -4 + 2^b = -2 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$(-\frac{1}{3}, 0) : f(-\frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow -4 + 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 0 \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a+1} = 4 = 2^2$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2 \Rightarrow -\frac{1}{3}a = 1 \Rightarrow a = -3$$

با جایگذاری مقادیر a و b در تابع f داریم:

$$f(x) = -4 + 2^{-3x+1}$$

$$f(-\frac{5}{3}) = -4 + 2^{-3 \times (-\frac{5}{3})+1} = -4 + 2^{5+1} = -4 + 2^6 = 60$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

