



منبع:

گزینه ۲

۱

تابع موردنظر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f = \{(a, b), (c, b), (d, b), (e, b), (g, b)\}$$

طول نقاط اعداد طبیعی یک‌رقمی و عرض آن‌ها ثابت و اعداد زوج نامنفی کمتر از ۱۰ است.

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$R_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

بنابراین تعداد حالات برابر است با:

$$\binom{9}{5} \times 5 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times 5 = 630$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

گزینه ۳

۲

تابع f را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$f = \{(a_1, k), (a_2, k), (a_3, k), (a_4, k)\}$$

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$R_f = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

برای مؤلفه اول، انتخاب ۴ عدد از ۹ عدد یک‌رقمی طبیعی خواهیم داشت و برای مؤلفه دوم، ۵ انتخاب داریم. پس کل حالات برابر است با:

$$\binom{9}{4} \times 5 = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 630$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

حروف گ، ن، ه را یک دسته در نظر می‌گیریم.

ی ر آ گ ن ه

پس تعداد کلمات $۳! \times ۴!$ یعنی ۱۴۴ تا است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

چون عدد بر ۶ بخش‌پذیر است، پس رقم یکان فقط ۲ می‌تواند باشد و علاوه بر آن مجموع ارقام باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

$$\frac{2}{\underbrace{\quad\quad\quad}_{(n) \text{ تا } ۱ \text{ و } (۱۰-n) \text{ تا } ۲}}$$

n حداکثر می‌تواند ۱۰ باشد.

$$\text{مجموع ارقام} = ۲(۱۰ - n) + n + ۲ = ۲۲ - n$$

$$\xrightarrow{\text{بخش‌پذیر بر ۳ باشد}} n = ۱, ۴, ۷, ۱۰$$

n مقدار دیگری نمی‌تواند بپذیرد، چون در این صورت مجموع ارقام مضرب ۳ نمی‌شود.

$$\binom{۱۰}{۱} + \binom{۱۰}{۴} + \binom{۱۰}{۷} + \binom{۱۰}{۱۰} = ۱۰ + ۲۱۰ + ۱۲۰ + ۱ = ۳۴۱$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲



رقم یکان باید حتماً ۸ باشد تا زوج بودن عدد برقرار شود. از طرفی مجموع ارقام باید بر ۳ بخش پذیر باشد و عدد نیز متقارن شود. پس رقم چهاردهم هم ۸ است. برای برقراری تقارن ارقام ۷ باید زوج تا باشند. حال از بین ۱۲ رقم باقی مانده، اگر ۷ تا ۱۱ باشد، $12 - n$ تا ۸ وجود دارد. پس مجموع ارقام برابر است با:

$$16 + 7n + 8(n - 1) = 16 + 7n + 96 - 8n = 112 - n$$

و این مجموع باید بر ۳ بخش پذیر باشد. همچنین به دلیل تقارن ارقام، باید n زوج باشد. با بررسی تمامی حالات، متوجه می شویم n می تواند اعداد ۴ و ۷ باشد. یعنی فقط حالت داشتن ۴ رقم ۷ و ۱۰ رقم ۷ می تواند درست باشد.

الف) ۴ رقم ۷ و ۱۰ رقم ۸ داریم. عدد ۱۴ رقم را از وسط نصف می کنیم. جای یکی از ارقام مهم که از قبل مشخص شده است، پس برای ۶ جای باقی مانده، ۲ تا ۷ و ۴ تا ۸ قرار می دهیم:

$$\underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{8} \quad \underline{8}$$

$$\text{تعداد حالات} = \binom{6}{2} = 15$$

ب) ۱۰ رقم ۷ و ۴ رقم ۸ داریم. دوباره عدد را نصف می کنیم. جای یکی از ارقام از قبل تعیین شده است، برای ۶ جای باقی مانده ۵ رقم ۷ و ۱ رقم ۸ قرار می دهیم:

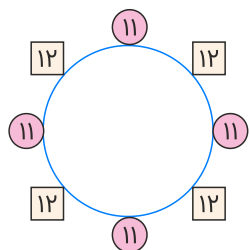
$$\underline{8} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{7} \quad \underline{8} \quad \underline{8}$$

$$\text{تعداد حالات} = \binom{6}{5} = 6$$

بنابراین $15 + 6 = 21$ عدد با این شرایط می توان ساخت.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

دانش آموزان پایه یازدهم اول به $6 = (4 - 1)!$ طریق دور میز می نشینند. حالا ۴ دانش آموز دوازدهم به $4!$ طریق در ۴ جایگاه بین آن ها قرار می گیرند.



$$144 = 4! \times 6 : \text{جواب}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

حالت‌های انتخاب ۴ کتاب از ۷ کتاب به صورت زیر است:

تعداد حالت‌ها	زیست	فیزیک	ریاضی
$\binom{1}{1} \binom{1}{1} \binom{4}{2} = 6$	✓	×	✓
$\binom{1}{1} \binom{4}{3} = 4$	×	✓	×
$\binom{1}{1} \binom{4}{3} = 4$	✓	×	×
$\binom{4}{4} = 1$	×	×	×

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 6 + 4 + 4 + 1 = 15$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

از آنجایی که ۲ کتاب آمار داریم، این دو کتاب نمی‌توانند در ابتدا و انتها قرار گیرند، پس تنها حالت زیر اتفاق می‌افتد (R کتاب ریاضی - A کتاب آمار):

$$R R A A R R \Rightarrow \text{تعداد حالت‌ها} = 4! \times 2! = 48$$

توجه: دقت کنید که در صورت سؤال عنوان شده ۲ کتاب مجاور هر کتاب، این حالت با حالتی که دو کتاب مجاور متفاوت باشند، تفاوت دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

تعداد انتخاب‌ها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} &= \frac{8!}{4!4!} + \frac{8!}{5!3!} + \frac{8!}{6!2!} \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7 \times 6}{6} + \frac{8 \times 7}{2} = 70 + 56 + 28 = 154 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

اول ۳ تا از مدرسه‌ها را به $\binom{5}{3}$ طریق انتخاب می‌کنیم. بعد از هر مدرسه ۱ نفر برمی‌داریم.

$$\binom{5}{3} \binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{4}{1} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

برای اینکه دو نفر مشخص باهم در مهمانی نباشند دو حالت زیر را داریم:

(۱) از آن دو نفر فقط یکی در مهمانی باشد.

(۲) هیچ‌کدام از آن دو نفر در مهمانی نباشند.

بنابراین داریم:

$$\underbrace{\binom{2}{1} \binom{7}{4}}_{\text{حالت اول}} + \underbrace{\binom{2}{0} \binom{7}{5}}_{\text{حالت دوم}} = 2 \times \frac{7!}{4!3!} + 1 \times \frac{7!}{5!2!}$$

$$2 \times \frac{7 \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{6}} + \frac{7 \times \cancel{6}^3}{\cancel{6}} = 70 + 21 = 91$$

$$\underbrace{\bigcirc \bigcirc}_{2 \text{ نفر}} \underbrace{\bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc}_{7 \text{ نفر}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

برای توزیع کتاب دو حالت زیر را داریم:

(۱) یک نفر فقط یک کتاب دریافت کند و دو نفر دیگر هرکدام دو کتاب داشته باشند:

ابتدا دو نفر از سه نفر را انتخاب می‌کنیم و به هرکدام دو کتاب می‌دهیم. سپس یک کتاب باقی‌مانده را به نفر سوم می‌دهیم.

یک کتاب دو کتاب دو کتاب

$$\binom{3}{2} \binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1} = 3 \times \frac{5!}{2!3!} \times 3 \times 1 = 90$$

(۲) یک نفر سه کتاب دریافت کند و دو نفر دیگر هرکدام یک کتاب داشته باشند:

ابتدا دو نفر را انتخاب می‌کنیم و به هرکدام یک کتاب می‌دهیم. سپس سه کتاب باقی‌مانده را به نفر سوم می‌دهیم.

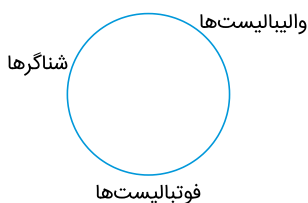
یک کتاب یک کتاب سه کتاب

$$\binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{3} = 3 \times 5 \times 4 \times 1 = 60$$

در انتها تعداد حالت‌های به‌دست‌آمده را باهم جمع می‌کنیم:

$$90 + 60 = 150$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹



تعداد حالت‌های قرارگرفتن برابر است با:

$$(2!)(3!)(2!)(3!) = 144$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا از میان پنج مدرسه A، B، C، D و E سه تا را انتخاب می‌کنیم، این کار به $\binom{5}{3}$ حالت امکان‌پذیر است. حال از هر کدام از این سه مدرسه انتخابی، باید فقط یک نفر را انتخاب کنیم. چون از هر مدرسه چهار نفر به اردوگاه دعوت شده‌اند؛ پس برای انتخاب یک نفر از هر کدام از سه مدرسه، چهار حالت امکان‌پذیر است. یعنی با مشخص بودن مدارس، $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ حالت برای انتخاب دانش‌آموزان وجود دارد.

$$\binom{5}{3} \times 4^3 = 10 \times 64 = 640$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲