



منبع:

گزینه ۲

۱

چون  $x$  عدد صحیح است پس ۷۲ باید بر  $y^2 - 1$  بخش پذیر باشد از طرفی  $y$  هم باید عدد صحیح باشد:

$$y^2 = 0, 4, 9, 25 \Rightarrow y = 0, \pm 2, \pm 3, \pm 5$$

$$\Rightarrow f = \{(-72, 0), (24, 2), (24, -2), (9, 3), (9, -3), (3, 5), (3, -5)\}$$

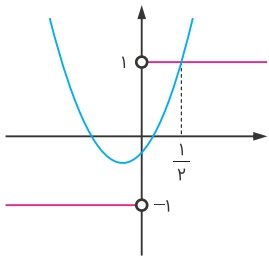
با حذف حداقل ۳ عضو تابع خواهیم داشت.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

گزینه ۳

۲

$$y = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$



طبق داده‌های مسئله، باید داشته باشیم:

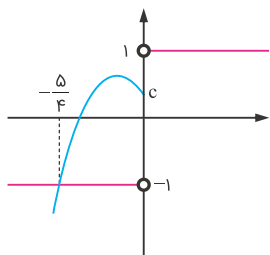
$$1) f(0) \geq -1 \Rightarrow c \geq -1$$

$$2) f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + c = 1 \Rightarrow c = -\frac{1}{4}$$

جواب به دست آمده، قابل قبول است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$y = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$



$$f(0) \geq -1 \Rightarrow c \geq -1$$

$$f\left(-\frac{5}{4}\right) = -1 \Rightarrow -2 \times \frac{25}{16} - \frac{3}{2} \times \left(-\frac{5}{4}\right) + c = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{25}{8} + \frac{15}{8} + c = -1$$

$$\Rightarrow c = -1 + \frac{10}{8} = -1 + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\begin{cases} (2, 3n^2 - 1) \in f \\ (2, 2n) \in f \end{cases} \Rightarrow 3n^2 - 1 = 2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

به ازای  $n = 1$ ،  $f$  تابع نیست؛ اما به ازای  $n = -\frac{1}{3}$ ،  $f$  تابع است.

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{n} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$\begin{cases} (7, 1 - 3n^2) \\ (7, -2n) \end{cases} \Rightarrow -2n = 1 - 3n^2 \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 1 \Rightarrow f = \{(7, -2), (1, -1), (2, 1), (7, -2), (1, 2)\} \times \\ n = -\frac{1}{3} \Rightarrow f = \{(7, \frac{2}{3}), (1, -1), (2, -\frac{1}{3}), (7, \frac{2}{3}), (-3, 2)\} \checkmark \end{cases}$$

به ازای  $n = 1$  رابطه تابع نیست؛ پس فقط  $n = -\frac{1}{3}$  قابل قبول است. بنابراین:

$$f(2) = -\frac{1}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

به ازای  $x = 1$  و  $x = -1$  دو ضابطه را برابر قرار می‌دهیم.

$$\sqrt{1+3} + 2a = a + 5 \Rightarrow a = 3$$

$$f(a) = f(3) = 3(3)^2 + 5 = 32$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

برای اینکه  $x$  عددی صحیح باشد باید  $30$  بر  $1 + |y|$  بخش‌پذیر باشد و  $y$  هم عددی صحیح باشد:

$$1 + |y| = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$

$$\Rightarrow |y| = 0, 1, 2, 4, 5, 9, 14, 29$$

$$\Rightarrow y = \pm 0, \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 9, \pm 14, \pm 29$$

$$f = \{(30, 0), (15, \pm 1), (10, \pm 2), (6, \pm 4), (5, \pm 5), (3, \pm 9), (2, \pm 14), (1, \pm 29)\}$$

برای اینکه  $f$  تابع باشد، باید حداقل ۷ عضو از  $f$  را حذف کنیم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

چون  $f$  تابع همانی است، پس  $f(x) = x$  می‌باشد. اکنون تغییرات داده‌شده را اعمال می‌کنیم:

$$\left| \frac{1}{f(x-a)} \right| - 2 = \frac{1}{|f(x)|} \Rightarrow \left| \frac{1}{x-a} \right| - 2 = \left| \frac{1}{x} \right| \xrightarrow{x=\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{\left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right|} - 2 = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{|\sqrt{2} - 2a|} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |\sqrt{2} - 2a| = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2} - 2a = 2 - \sqrt{2} \\ \sqrt{2} - 2a = \sqrt{2} - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} - 1 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$f(x+a) = 3 \xrightarrow{a=1} x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

$$f(x+a) = 3 \xrightarrow{a=\sqrt{2}-1} x-1+\sqrt{2} = 3 \Rightarrow x = 4 - \sqrt{2}$$

$$\text{اختلاف مقادیر} = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

در تابع ثابت هر ورودی‌ای به  $x$  دهیم، خروجی یکسانی تحویل می‌گیریم:

$$f(0) = 2b$$

$$f(b) = -7b^2 \Rightarrow 2b = -7b^2 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow 2b = 0 \\ b = -\frac{2}{7} \Rightarrow 2b = -\frac{4}{7} \end{cases}$$

برد تابع همان  $f(0)$  است و چون صفر در گزینه‌ها نیست، پس  $-\frac{4}{7}$  را می‌پذیریم.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\text{دامنه} = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$-4 < -\frac{1}{3-x} < 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{3-x} < 4$$

$$x = 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{2} < 4$$

$$x = 2 \Rightarrow 0 < 1 < 4$$

فقط همین دو عدد طبیعی در نامعادله صدق می‌کند. ضمناً برای  $x > 3$  عبارت  $\frac{1}{3-x}$  منفی است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

ریشه‌های معادله  $2x^2 - ax + b = 0$  را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر می‌گیریم و ریشه‌های  $2ax^2 + ax - 6 = 0$  را  $\alpha'$  و  $\beta'$  در نظر می‌گیریم:

$$\alpha = \alpha' + \frac{1}{\gamma}, \quad \beta = \beta' + \frac{1}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\gamma} = \frac{-a}{2a} + 1 \Rightarrow \frac{a}{\gamma} = \frac{-1}{\gamma} + 1 = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow a = 1$$

$$a = 1 : 2ax^2 + ax - 6 = 2x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \alpha' = -2, \quad \beta' = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = -2 + \frac{1}{\gamma} = -\frac{3}{\gamma}, \quad \beta = \frac{3}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} = 2$$

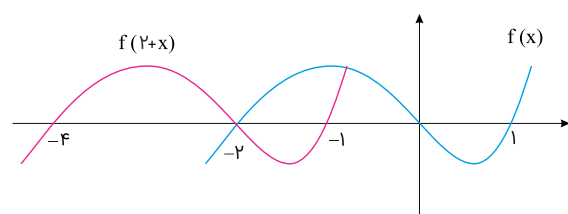
$$\alpha\beta = \frac{b}{\gamma} = \left(-\frac{3}{\gamma}\right)(2) = -\frac{6}{\gamma} \Rightarrow b = -6$$

$$\left[\frac{ab}{\gamma}\right] = \left[\frac{1 \times (-6)}{\gamma}\right] = \left[-\frac{6}{\gamma}\right] = -2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+2)}} \Rightarrow -\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0; \quad x = -2, 0, 1$$



$$f(x+2) = 0; \quad x = -4, -2, -1$$

| x                     | -4 | -2 | -1 | 0 | 1 |
|-----------------------|----|----|----|---|---|
| f(x)                  | -  | -  | +  | + | - |
| f(x+2)                | -  | +  | -  | + | + |
| $\frac{f(x)}{f(x+2)}$ | +  | -  | -  | + | - |

$$D_g = (-4, -2) \cup (-2, -1) \cup [0, 1]$$

دامنه تابع شامل اعداد صحیح ۳، ۰ و ۱ است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

نیمساز ناحیه دوم :  $y = -x$  ;  $x < 0$

نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه دوم را قطع می‌کند، پس:

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x$$

$$\Rightarrow -x + \frac{1}{2x} = x \Rightarrow \frac{1}{2x} = 2x \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow{x < 0} x = -\frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$(a, b) \in f(x) \Rightarrow (b, a) \in f^{-1}(x)$$

بنابراین کافی است مؤلفه‌های هر نقطه را جابه‌جا کنیم و در تابع  $y = x^3 - x + 1$  صدق دهیم.

$$1 \text{ گزینه } ۱: (-2)^3 - (-2) + 1 \neq -1 \quad \times$$

$$2 \text{ گزینه } ۲: \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{5}{8} \quad \checkmark$$

$$3 \text{ گزینه } ۳: 2^3 - 2 + 1 \neq 1 \quad \times$$

$$4 \text{ گزینه } ۴: \left(-\frac{11}{8}\right)^3 - \left(-\frac{11}{8}\right) + 1 \neq -\frac{1}{2} \quad \times$$

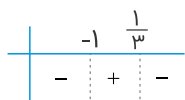
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

اگر  $(-2, 9)$  روی وارون تابع باشد،  $(9, -2)$  روی خود تابع قرار دارد:

$$-3(-2)^3 + 2(-2) - 11 = 24 - 4 - 11 = 9$$

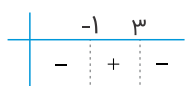
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\frac{1-3x}{x+1} < 0$$



$$x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$$

$$-2 < \frac{1-3x}{x+1} \Rightarrow 0 < \frac{1-3x}{x+1} + 2 \Rightarrow 0 < \frac{1-3x+2x+2}{x+1} \Rightarrow 0 < \frac{-x+3}{x+1}$$



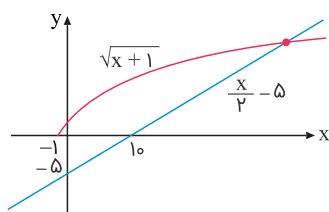
$$x \in (-1, 3)$$

از اشتراک جواب‌ها به  $x \in (\frac{1}{3}, 3)$  می‌رسیم:

$$\frac{1}{3} < x < 3 \Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow [\frac{x}{2}] = \{0, 1\}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} &= \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \\ \Rightarrow \frac{\sqrt{x+1}(3-\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}-3)}{3^2-(\sqrt{x-1})^2} &= \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} \\ \Rightarrow \frac{-2\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}}{10-x} &= \sqrt{x-1} \Rightarrow -2\sqrt{x+1} = 10-x \\ \Rightarrow \sqrt{x+1} &= \frac{x}{2} - 5 \end{aligned}$$



بنابراین تنها یک ریشه مثبت دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\frac{4-2x}{3x+1} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 4-2x=0 \Rightarrow x=2 \\ 3x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

| x                   |   | $-\frac{1}{3}$ |   | 2 |   |
|---------------------|---|----------------|---|---|---|
| $4-2x$              | + |                | + | 0 | - |
| $3x+1$              | - | 0              | + |   | + |
| $\frac{4-2x}{3x+1}$ | - | 0              | + | 0 | - |

$$\Rightarrow -\frac{1}{3} < x \leq 2 \xrightarrow{\times 3} -1 < 3x \leq 6$$

$$\Rightarrow [3x] = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow 8 \text{ عضو}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\begin{cases} f(x) = b - 3ax \xrightarrow{f \text{ ثابت}} 3a = 0 \Rightarrow a = 0 \\ g(x) = c - (3b - 3)x \xrightarrow{g \text{ ثابت}} 3b - 3 = 0 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1, \quad g(x) = c$$

$$f + g = 5 \Rightarrow 1 + c = 5 \Rightarrow c = 4$$

$$bc = 1 \times 4 = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$y = -x ; x > 0 : \text{نیمساز ناحیه چهارم}$$

نمودار  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه چهارم را قطع می‌کند، بنابراین:

$$f^{-1}(x) = -x \Rightarrow f(-x) = x \Rightarrow -x + \frac{2}{x} = x \Rightarrow 2x = \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x > 0} x = 1$$

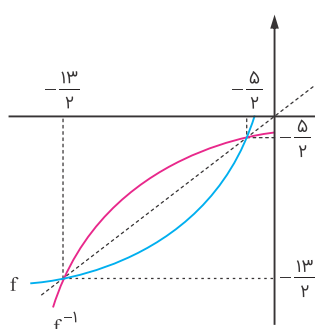
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{2} \leq x < -\frac{1}{3} &\Rightarrow -\frac{3}{2} \leq 3x < -1 \Rightarrow [3x] = -2 \Rightarrow y = 3 \\
 -\frac{1}{3} \leq x < 0 &\Rightarrow -1 \leq 3x < 0 \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1 \\
 0 \leq x < \frac{1}{3} &\Rightarrow 0 \leq 3x < 1 \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow y = -1 \\
 \frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2} &\Rightarrow 1 \leq 3x < \frac{3}{2} \Rightarrow [3x] = 1 \Rightarrow y = 1
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

معادله خط داده شده،  $y = x$  است؛ بنابراین نمودار تابع  $f^{-1}$  به صورت زیر است.  
تابع  $f^{-1}(x)$  همواره زیر محور  $x$  ها است؛ بنابراین  $f^{-1}(x)$  همواره منفی است.



$$\begin{aligned}
 \frac{f^{-1}(x)}{x - f^{-1}(x)} \geq 0 &\xrightarrow{f^{-1}(x) < 0} x - f^{-1}(x) < 0 \Rightarrow f^{-1}(x) > x \\
 \Rightarrow x \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{-5}{2}\right) &\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{-6, -5, -4, -3\}
 \end{aligned}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

اگر نقطه  $(-\frac{1}{4}, -1)$  روی وارون تابع قرار گیرد، آنگاه نقطه  $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$  روی خود تابع قرار می‌گیرد.

$$\frac{1}{4} = \frac{-a}{1+1} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

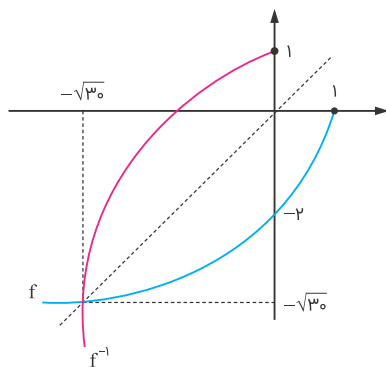
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

اگر  $k = 1$  باشد، برد دو تابع باهم برابر خواهند بود.

$$k = a^2 - 3a + 3 \xrightarrow{k=1} a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow a_1 a_2 = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

نمودار  $f^{-1}$  را رسم می‌کنیم.



دامنه تابع، جواب نامعادله  $\frac{f(x)}{f^{-1}(x) - x} \geq 0$  است.  $f(x) \leq 0$  است و  $f$  تنها در یک نقطه برابر صفر است ( $f(1) = 0$ ). پس کافی است که:

$$f^{-1}(x) - x < 0 \Rightarrow f^{-1}(x) < x \Rightarrow x < -\sqrt{30}$$

$$D_y = (-\infty, -\sqrt{30}) \cup \{1\}$$

بنابراین بی‌شمار عدد صحیح در دامنه تابع صدق می‌کند.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

از برابری دامنه  $f(x)$  و  $f(kx)$ ،  $k = 1$  نتیجه می‌شود.

$$1 = 2a^2 - a - 5 \Rightarrow 2a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow a_1 a_2 = \frac{-6}{2} = -3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

نقطه  $(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{\lambda})$  روی تابع  $y = \frac{x}{a + a|x|}$  قرار می‌گیرد. بنابراین:

$$\frac{-\frac{3}{5}}{a + a(\frac{3}{5})} = -\frac{1}{\lambda} \Rightarrow \frac{-3}{5a + 3a} = -\frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda a = 24$$

$$\Rightarrow a = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

چون دو تابع وارون یکدیگرند، بنابراین با یک نقطه می‌توانیم  $a$  را حساب کنیم.

$$y = \frac{x+2}{4} - \frac{\sqrt{x+1}}{2} \xrightarrow{x=3} y = \frac{5}{4} - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow \left(3, \frac{1}{4}\right)$$

بنابراین نقطه  $\left(\frac{1}{4}, 3\right)$  روی تابع  $y = ax + a\sqrt{x}$  قرار دارد.

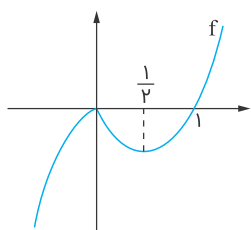
$$3 = \frac{a}{4} + \frac{a}{2} \Rightarrow a = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

(تذکر: صورت سوال ایراد دارد. باتوجه به اینکه کلید سنجش گزینه "۲" است، شکل درست آن به این صورت باید باشد: تابع  $y = (x-1)|x|$  در بزرگ‌ترین بازه  $[a, b]$  اکیداً نزولی است. مقدار  $a+b$  کدام است؟)

$$y = (x-1)|x| = \begin{cases} x^2 - x & ; x \geq 0 \\ -x^2 + x & ; x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



تابع  $f$  در بزرگ‌ترین بازه  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  اکیداً نزولی است، بنابراین:

$$a+b = \frac{1}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$(f \circ g^{-1})(a) = -3 \Rightarrow f(g^{-1}(a)) = -3 \Rightarrow g^{-1}(a) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow a = g\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳



$$f \text{ برد ضابطه اول } R_1 = \left[\frac{13}{2}, +\infty\right)$$

$$f \text{ ضابطه دوم } : y_2 = -x^2 + 2mx + 2 \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2m}{-2} = m$$

$$\Rightarrow x_S = m \text{ رأس سهمی}$$

برای اینکه  $f(x)$  وارون پذیر باشد، نباید رأس سهمی در دامنه تعریف ضابطه دوم باشد، یعنی:

$$x_S = m \leq -\frac{3}{2}, m^2 + 2 < \frac{13}{2} \Rightarrow m = -2 (m \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow y_2 = -x^2 - 4x + 2$$

$$f^{-1}(-19) = ? \Rightarrow -x^2 - 4x + 2 = -19 \Rightarrow x^2 + 4x - 21 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -7$$

چون  $x > -\frac{3}{2}$  مورد قبول است پس  $x = 3$  پاسخ سؤال است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$y = 2^{|\sin x|} \xrightarrow{\text{سمت راست } \frac{\pi}{2}} y = 2^{|\sin(x - \frac{\pi}{2})|} = 2^{|\cos x|} \xrightarrow{\text{به پایین } \frac{3}{2}} y = 2^{|\cos x|} - \frac{3}{2}$$

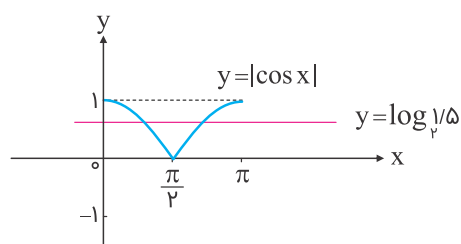
تعداد محل تقاطع نمودار با محور  $x$  ها را می‌خواهیم، بنابراین تابع حاصل را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$y = 2^{|\cos x|} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 2^{|\cos x|} = \frac{3}{2}$$

حال از دو طرف  $\log_2$  می‌گیریم، در نتیجه:

$$|\cos x| = \log_2 \frac{3}{2}$$

تابع  $\log_2 x$  صعودی است و  $\log_2 2 = 1$  می‌باشد، بنابراین  $0 < \log_2(1/5) < 1$  است. حال نمودار  $|\cos x|$  و  $\log_2(1/5)$  را رسم می‌کنیم:



پس معادله  $|\cos x| = \log_2 \frac{3}{2}$  در فاصله  $[0, \pi]$  دو جواب دارد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

توابع  $\left(\frac{1}{p}\right)^x$  و  $\log_{\circ/\delta} x$  هر دو اکیداً نزولی هستند، پس مجموع آن‌ها اکیداً نزولی است. تابع  $x^3$  اکیداً صعودی است، پس ترکیب این تابع با  $\log_{\circ/\delta} x + \left(\frac{1}{p}\right)^x$  اکیداً نزولی خواهد بود. یعنی تابع  $f(x)$  اکیداً نزولی است. حال داریم:

$$(f \circ f)(x) < f(2^{-3x}) \Rightarrow f(f(x)) < f((2^{-x})^3)$$

$$\xrightarrow{f \text{ اکیداً نزولی}} f(x) > (2^{-x})^3$$

$$\Rightarrow \left(\left(\frac{1}{p}\right)^x + \log_{\circ/\delta} x\right)^3 > (2^{-x})^3 = \left(\left(\frac{1}{p}\right)^x\right)^3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{p}\right)^x + \log_{\circ/\delta} x > \left(\frac{1}{p}\right)^x \Rightarrow \log_{\circ/\delta} x > 0$$

$\log_{\circ/\delta} x$  در بازه  $(0, 1)$  مثبت است، بنابراین مجموعه جواب نامعادله  $(f \circ f)(x) < f(2^{-3x})$  زیرمجموعه بازه  $(0, 1)$  می‌باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$x$  و  $\log x$  دو تابع اکیداً صعودی هستند، پس مجموع آن‌ها یعنی  $x + \log x$  اکیداً صعودی است. تابع  $x^5$  نیز اکیداً صعودی است و همچنین می‌دانیم ترکیب دو تابع اکیداً صعودی، اکیداً صعودی می‌باشد، بنابراین  $f(x)$  اکیداً صعودی است.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) < f(x^5) \Rightarrow f(x) < x^5 \Rightarrow (x + \log x)^5 < x^5$$

$$\Rightarrow x + \log x < x \Rightarrow \log x < 0$$

$\log x$  در بازه  $(0, 1)$  منفی است، بنابراین مجموعه جواب نامعادله  $(f \circ f)(x) < f(x^5)$  زیرمجموعه بازه  $(0, 1)$  می‌باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

منظور سؤال این است که  $f(x)$  تابع ثابت است، پس  $m = n = 0$  است. حال تابع داده شده را مرتب می‌کنیم:

$$g = \{(0, -1), (0, k), (-1, -1), (3k+2, 2k+1)\}$$

زوج مرتب‌های  $(0, -1)$  و  $(0, k)$  مولفه اول برابر دارند، برای تابع بودن باید مولفه دوم نیز برابر باشد. بنابراین برای آنکه  $g$  تابع باشد باید  $k = -1$  باشد. تابع  $g$  به صورت زیر در می‌آید:

$$g = \{(0, -1), (-1, -1)\}$$

$$f(x) = -k = 1 \text{ خواهد بود و در نتیجه } f(\sqrt{5}) = 1 \text{ می‌باشد.}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$g \circ f\left(-\frac{5}{3}\right) = g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = ?$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left[-\frac{5}{3}\right] - \left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{5}{3} = -\frac{10}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2\left[-\frac{5}{3}\right] - \left(-\frac{5}{3}\right) = -\frac{10}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{5}{3}$$

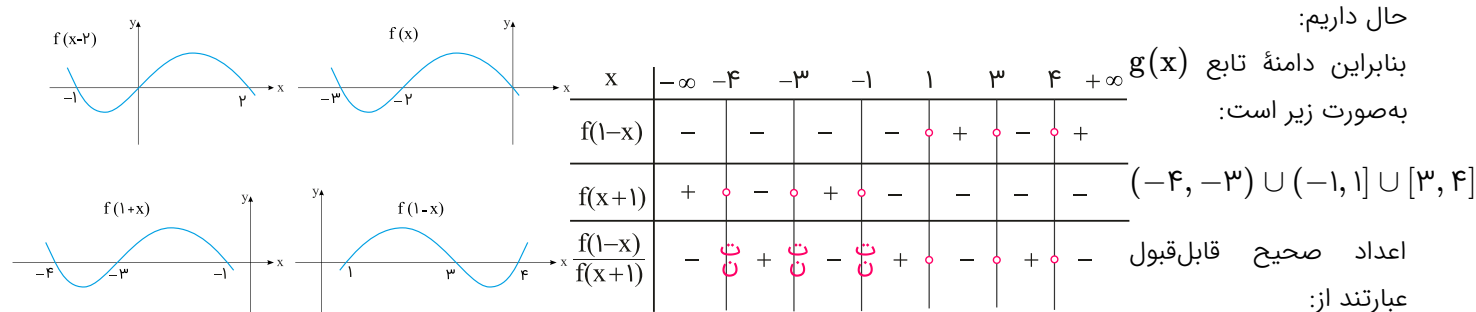
$$g\left(f\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = g\left(-\frac{5}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{5}{3} + f\left(-\frac{5}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{5}{3} - \frac{5}{3}\right]\right)$$

$$= f(-\frac{10}{3}) = 2\left[-\frac{10}{3}\right] + \frac{10}{3} = -\frac{20}{3} + \frac{10}{3} = -\frac{10}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$g(x) = \sqrt{\frac{f(1-x)}{f(x+1)}} \Rightarrow \frac{f(1-x)}{f(x+1)} \geq 0$$

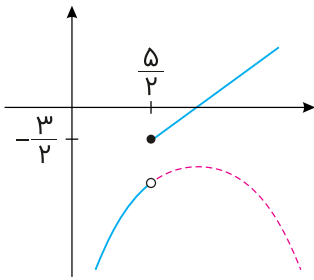
باتوجه به نمودار  $f(x-2)$ ، توابع  $f(1-x)$  و  $f(x+1)$  را رسم می‌کنیم:



$$x = 0, x = 1, x = 3, x = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

توابع یک‌به‌یک، وارون‌پذیرند. طول رأس تابع درجه دوم باید از  $x = \frac{5}{2}$  کمتر نباشد تا یک‌به‌یک شود.



$$x_{\text{رأس}} = -\frac{b'}{2a'} \geq \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{-a}{-4} = \frac{a}{4} \geq \frac{5}{2} \Rightarrow a \geq 10$$

مقدار تابع درجه دوم را در  $x = \frac{5}{2}$  محاسبه می‌کنیم که عرض رأس سهمی و بیشترین مقدار سهمی است:

$$-2\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}a - 21 < \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{5}{2}a < 32 + \frac{5}{2} \Rightarrow a < 13/3$$

پس بزرگ‌ترین مقدار صحیح  $a$ ، ۱۳ است.

$$f^{-1}(-3) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = -3$$

باتوجه به شکل،  $f(\alpha) = -3$  در ضابطه پایینی اتفاق می‌افتد، بنابراین:

$$-2\alpha^2 + 13\alpha - 21 = -3 \Rightarrow 2\alpha^2 - 13\alpha + 18 = 0 \Rightarrow \alpha = 4/5, \alpha = 2$$

$\alpha$  باید از  $2/5 = \frac{5}{2}$  کمتر باشد، پس  $\alpha = 2$  مورد قبول است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$$f \circ g\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$$

$$g\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\left[-\frac{1}{3} - f\left(-\frac{1}{3}\right)\right]\right) = f\left(\left[-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}\right]\right) = f\left(\left[\frac{3}{3}\right]\right) = f(1) = 2$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} + (-1) = -\frac{4}{3}$$

$$f\left(g\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = f(2) = 4$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

$g(x)$  وارون تابع  $f(x)$  است، بنابراین:

$$g(x) = f^{-1}(x)$$

$$g(6) = f^{-1}(6) = a \Rightarrow f(a) = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4 \\ \sqrt{a} = -3 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow g(6) = 4$$

$$g(12) = f^{-1}(12) = b \Rightarrow f(b) = 12 \Rightarrow b + \sqrt{b} = 12 \Rightarrow b + \sqrt{b} - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{b} + 4)(\sqrt{b} - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{b} = -4 \text{ غ ق ق} \\ \sqrt{b} = 3 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow g(12) = 9$$

بنابراین داریم:

$$g(6) + g(12) = 4 + 9 = 13$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

منظور سوال از قرینه نمودار تابع نسبت به خط  $y = x$  وارون تابع است:

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow y - 2 = \sqrt{x-1} \Rightarrow (y-2)^2 = x-1 \Rightarrow x = (y-2)^2 + 1$$

$$f^{-1}(x) = (x-2)^2 + 1 \xrightarrow{2 \text{ واحد به راست}} (x-4)^2 + 1 \xrightarrow{3 \text{ واحد پایین}} (x-4)^2 + 1 - 3 = (x-4)^2 - 2$$

$$g(4) = -2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰



نکته:

$$0 \leq x - [x] < 1$$

ابتدا  $g(x)$  را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = \frac{1-2x}{x+1} = \frac{1-2x+2-2}{x+1} = \frac{-2x-2}{x+1} + \frac{1+2}{x+1} = -2 + \frac{3}{x+1}$$

اکنون تابع  $g \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = -2 + \frac{3}{[x] - x + 1}$$

طبق نکته داریم:

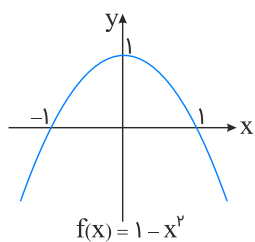
$$0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{\text{در } (-1) \text{ ضرب می‌کنیم}} -1 < [x] - x \leq 0$$

$$\xrightarrow{+1} 0 < [x] - x + 1 \leq 1 \xrightarrow{\text{معکوس می‌کنیم}} 1 \leq \frac{1}{[x] - x + 1}$$

$$\xrightarrow{\times 3} 3 \leq \frac{3}{[x] - x + 1} \xrightarrow{-2} 1 \leq \frac{3}{[x] - x + 1} - 2$$

$$\Rightarrow g(f(x)) \geq 1 \Rightarrow R_{g \circ f} = [1, +\infty)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

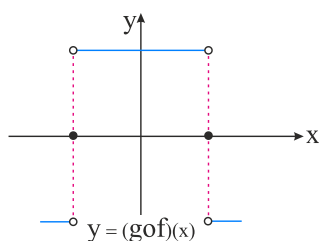


$$-1 < x < 1 \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow g(f(x)) = 1$$

$$|x| > 1 \Rightarrow f(x) < 0 \Rightarrow g(f(x)) = -1$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow g(f(x)) = 0$$

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| < 1 \\ -1 & ; |x| > 1 \\ 0 & ; |x| = 1 \end{cases}$$



$g \circ f$  در دو نقطه  $x = 1$  و  $x = -1$  ناپیوسته است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

$$f(x) = 4x - x^2$$

$$\xrightarrow[\text{منفی انتقال می‌دهیم}]{\text{واحد در جهت}} f(x+2) = 4(x+2) - (x+2)^2 = -x^2 + 4$$

$$f(x) = f(x+2) \Rightarrow 4x - x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1$$

$$f(x) = 4x - x^2 \xrightarrow{x=1} f(1) = 3 \Rightarrow A(1, 3) \text{ نقطه برخورد}$$

$$OA = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$f(x) = y = (\sqrt{x} - 1)^2 \Rightarrow |\sqrt{x} - 1| = \sqrt{y} \xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{x} - 1 = \sqrt{y}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} + 1 \Rightarrow x = (\sqrt{y} + 1)^2$$

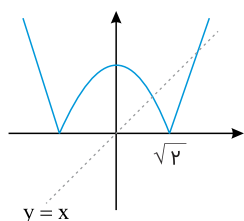
$$\Rightarrow g(x) = f^{-1}(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$$

$$(g \circ g)(1) = g(g(1)) = g(4) = 9$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x \quad (1)$$

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم:

ملاحظه می‌کنید که یک برخورد در بازه  $(0, \sqrt{2})$  و یک برخورد در بازه  $(\sqrt{2}, +\infty)$  است:

$$0 < x < \sqrt{2} : |x^2 - 2| = 2 - x^2$$

$$\Rightarrow 2 - x^2 = x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \xrightarrow{0 < x < \sqrt{2}} x = 1$$

$$x > \sqrt{2} : |x^2 - 2| = x^2 - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 = x \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \xrightarrow{x > \sqrt{2}} x = 2$$

پس جواب نامعادله (۱) که همان دامنه تابع است به صورت زیر خواهد بود:

$$D = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$g \circ g(\circ) = g(g(\circ)) = g(۲) = ۳$$

$$g \circ f^{-1}(-۲) = g(f^{-1}(-۲))$$

برای پیدا کردن  $f^{-1}(-۲)$  ابتدا باید ضابطه تابع  $f$  را بیابیم:

$$\begin{cases} f(\circ) = -۳ \\ f(۲) = \circ \end{cases} \Rightarrow m = \frac{\circ - (-۳)}{۲ - \circ} = \frac{۳}{۲}$$

$$y - \circ = \frac{۳}{۲}(x - ۲) \Rightarrow y = \frac{۳}{۲}x - ۳$$

$$f^{-1}(-۲) = a \Rightarrow f(a) = -۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}a - ۳ = -۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow g(f^{-1}(-۲)) = g\left(\frac{۲}{۳}\right) (*)$$

حال به بررسی ضابطه  $g$  برای  $x \leq ۱$  می‌پردازیم:

$$g(\circ) = ۲, g(۱) = ۱ \Rightarrow m = \frac{۱ - ۲}{۱ - \circ} = -۱$$

$$y - ۱ = -۱(x - ۱) \Rightarrow y - ۱ = -x + ۱ \Rightarrow y = -x + ۲; x \leq ۱$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{۲}{۳}\right) = -\frac{۲}{۳} + ۲ = \frac{۴}{۳} (**)$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*),(**)} g \circ f^{-1}(-۲) = g(f^{-1}(-۲)) = g\left(\frac{۲}{۳}\right) = \frac{۴}{۳}$$

$$g \circ f^{-1}(-۲) \times g \circ g(\circ) = \frac{۴}{۳} \times ۳ = ۴$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$g(x) = x^۳ + x, \quad f(x) = \frac{۲}{۵}x - ۴$$

اول  $f^{-1}(۸)$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = ۸ \Rightarrow \frac{۲}{۵}x - ۴ = ۸ \Rightarrow \frac{۲}{۵}x = ۱۲ \Rightarrow x = ۳۰ \Rightarrow f^{-1}(۸) = ۳۰$$

حال داریم:

$$g^{-1}(f^{-1}(۸)) = g^{-1}(۳۰)$$

$$g(x) = ۳۰ \Rightarrow x^۳ + x = ۳۰ \Rightarrow x = ۳ \Rightarrow g^{-1}(۳۰) = ۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

جدول تعیین علامت  $g$  به صورت زیر است.

| $x$               | $0$ | $3$ |
|-------------------|-----|-----|
| $x^2$             | $+$ | $+$ |
| $f(x)$            | $+$ | $-$ |
| $\sqrt{x^2 f(x)}$ | $+$ | $-$ |

$$\Rightarrow D_{\sqrt{x^2 f(x)}} = (-\infty, 3]$$

$$x = 0, 1, 2, 3$$

اعداد  $0, 1, 2$  و  $3$  پذیرفته هستند.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

تابع  $f$  اکیداً نزولی می‌باشد، بنابراین کافی است ضریب  $x^3$  منفی باشد:

$$-9 + k^2 < 0 \Rightarrow k^2 < 9 \Rightarrow -3 < k < 3$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0, \pm 1, \pm 2 \Rightarrow \text{مجموع مقادیر } k = 0$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

راه حل اول:

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = g(2x) = 5x^2 + 11$$

$$\Rightarrow g(x) = 5\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 11 = \frac{5}{4}x^2 + 11$$

$$\Rightarrow g(x-7) = \frac{5}{4}(x-7)^2 + 11 \Rightarrow \text{حداقل } g(x-7) = 11$$

راه حل دوم: برای رسیدن از ضابطه  $g(2x)$  به  $g(x-7)$ ، تنها دامنه تغییر می‌کند و برد ثابت می‌ماند. بنابراین کمترین مقدار  $g(x-7)$  برابر با کمترین مقدار  $g(2x) = 5x^2 + 11$  است. پس برابر با ۱۱ می‌باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

$$\frac{1}{x} \xrightarrow[\text{راست}]{\text{۱ واحد به سمت}} \frac{1}{x-1} \xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} \frac{-1}{x-1} \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۲ واحد رو به}} \frac{-1}{x-1} - 2$$

$$\text{حالا: } \frac{1}{x} = \frac{-1}{x-1} - 2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = -2 \Rightarrow \frac{x-1+x}{x^2-x} = -2$$

$$-2x^2 + 2x = 2x - 1 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{نقطه برخورد}} \left\{ \begin{array}{l} (\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}) \\ (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\sqrt{2}) \end{array} \right. \xrightarrow{\text{فاصله تا مبدأ}} \sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0)^2 + (\sqrt{2} - 0)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

$$2^{x+3+|x+3|} - 2 = 0 \Rightarrow 2^{x+3+|x+3|} = 2$$

$$\Rightarrow x+3+|x+3| = 1 \Rightarrow |x+3| = -x-2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+3 = -x-2 \Rightarrow x = \frac{-5}{2} \\ x+3 = x+2 \Rightarrow \text{فاقد جواب} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$y = x^2 - 2x \xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = -(x^2 - 2x) = -x^2 + 2x$$

$$\xrightarrow[\text{مثبت محور } y \text{ ها}]{\text{۱۶ واحد انتقال در جهت}} y_1 = -x^2 + 2x + 16$$

حال معادله جدید را با معادله قبلی مساوی قرار می‌دهیم تا نقطه برخورد را به دست آوریم:

$$y = y_1 \Rightarrow x^2 - 2x = -x^2 + 2x + 16 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ ق.ق} \\ x=-2 \text{ (غ.ق. زیرا } x>1) \end{cases}$$

$$x=4 \Rightarrow y=8 \Rightarrow A(4, 8)$$

فاصله نقطه A از مبدأ مختصات را به دست می‌آوریم:

$$OA = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{16(1+4)} = 4\sqrt{5}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹



$g(x)$  وارون تابع  $f(x)$  است، بنابراین:

$$g(x) = f^{-1}(x)$$

$$g(3) = f^{-1}(3) = a \Rightarrow f(a) = 3 \Rightarrow a + 2\sqrt{a} = 3 \Rightarrow a + 2\sqrt{a} - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a} = 1 \Rightarrow a = 1 \\ \sqrt{a} = -3 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow g(3) = 1$$

$$g(15) = f^{-1}(15) = b \Rightarrow f(b) = 15 \Rightarrow b + 2\sqrt{b} = 15 \Rightarrow b + 2\sqrt{b} - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{b} - 3)(\sqrt{b} + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{b} = 3 \Rightarrow b = 9 \\ \sqrt{b} = -5 \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow g(15) = 9$$

بنابراین داریم:

$$g(3) + g(15) = 1 + 9 = 10$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = y \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = y + 4$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = y + 4 \xrightarrow{\text{جذر}} |x - 1| = \sqrt{y + 4}$$

$$\xrightarrow{x \geq 1} x - 1 = \sqrt{y + 4} \Rightarrow x = \sqrt{y + 4} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x + 4} + 1$$

حال  $f^{-1}$  را با  $g$  قطع می‌دهیم:

$$\sqrt{x + 4} + 1 = \frac{x - 9}{2} \Rightarrow 2\sqrt{x + 4} = x - 11 \quad (1)$$

با امتحان کردن گزینه‌ها به راحتی معلوم می‌شود که  $x = 21$  در معادله (۱) صدق می‌کند.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

به راحتی می‌توانیم  $(f \circ f) \circ g$  را بسازیم، کافی است ورودی و خروجی‌ها را کنترل کنیم.

$$(x > 0) \xrightarrow{g} 1 \xrightarrow{f} 0 \xrightarrow{f} 0$$

$$(x = 0) \xrightarrow{g} 0 \xrightarrow{f} 0 \xrightarrow{f} 0$$

$$(x < 0) \xrightarrow{g} -1 \xrightarrow{f} 0 \xrightarrow{f} 0$$

در واقع  $((f \circ f) \circ g)(x) = 0$  است و همواره پیوسته خواهد بود.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{مثبت محور } x]{12 \text{ واحد در جهت}} y = \sqrt{x-12} \xrightarrow[\text{مثبت محور } y]{2 \text{ واحد در جهت}} y = \sqrt{x-12} + 2$$

حال منحنی حاصل را با  $f(x) = \sqrt{x}$  برابر قرار می‌دهیم تا محل برخورد به دست آید.

$$\sqrt{x-12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x-12} = \sqrt{x} - 2$$

$$\xrightarrow[2]{\text{توان}} x - 12 = x + 4 - 4\sqrt{x} \Rightarrow 4\sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 16$$

$x = 16$  را در  $f(x) = \sqrt{x}$  جایگذاری می‌کنیم تا عرض محل برخورد نیز به دست آید:

$$f(16) = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow A(16, 4)$$

فاصله نقطه  $A$  از مبدأ مختصات برابر است با:

$$OA = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{16(16+1)} = 4\sqrt{17}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

نکته:  $0 \leq x - [x] < 1$

ابتدا تابع  $g(x)$  را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} g(x) &= -x^2 + 4x = -x^2 + 4x - 4 + 4 \\ &= -(x^2 - 4x + 4) + 4 = -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

اکنون تابع  $g \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = -(2x - [2x] - 2)^2 + 4$$

طبق نکته داریم:

$$0 \leq 2x - [2x] < 1 \xrightarrow{-2} -2 \leq 2x - [2x] - 2 < -1$$

$$\xrightarrow[2]{\text{توان}} 1 < (2x - [2x] - 2)^2 \leq 4$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} -4 \leq -(2x - [2x] - 2)^2 < -1$$

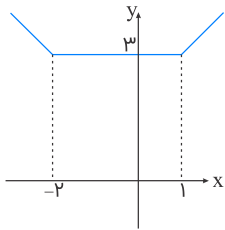
$$\xrightarrow{+4} 0 \leq -(2x - [2x] - 2)^2 + 4 < 3$$

$$\Rightarrow 0 \leq g \circ f(x) < 3 \Rightarrow R_{g \circ f} = [0, 3)$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



$$f(x) = |x+2| + |x-1| = \begin{cases} 2x+1 & ; x > 1 \\ 3 & ; -2 \leq x \leq 1 \\ -2x-1 & ; x < -2 \end{cases}$$



باتوجه به نمودار تابع گلدانی  $y = |x+2| + |x-1|$ ، در فاصله  $(-\infty, -2)$  تابع نزولی اکید است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

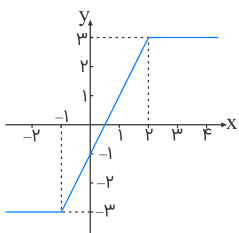
| X   | -1 | 2 |
|-----|----|---|
| X+1 | -  | + |
| X-2 | -  | + |

$$x \leq -1 : f(x) = -x - 1 + x - 2 = -3$$

$$-1 < x \leq 2 : f(x) = x + 1 + x - 2 = 2x - 1$$

$$x > 2 : f(x) = x + 1 - x + 2 = 3$$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



مطابق شکل در فاصله  $(-1, 2)$  اکیداً صعودی است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸