



واسه دریافت سگفتانه بزن رولوگو 😊

منبع:

گزینه ۱

۱

$$t_1 = t_2 \Rightarrow t_1 = t_1^2 q^2 \Rightarrow t_1 q^2 = 1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{q^2}$$

$$t_4 = 5 \Rightarrow t_1 q^3 = 5 \Rightarrow \frac{1}{q^2} \times q^3 = 5 \Rightarrow q = 5 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{25}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

گزینه ۴

۲

$$a_3 = \sqrt{a_4} \Rightarrow a_3^2 = a_4 \Rightarrow a_1^2 q^6 = a_1 q^3 \Rightarrow a_1 q = 1$$

$$a_5 = 27 \Rightarrow a_1 q^4 = 27 \xrightarrow{a_1 q = 1} 1 \times q^3 = 27 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} - a_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

گزینه ۳

۳

اعداد طبیعی، به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند.

$$\{1, 2, 3\}, \{4, 5, \dots, 12\}, \{13, 14, \dots, 39\}, \{40, 41, \dots, 120\}, \{121, 122, \dots, 363\}$$

میانگین اعضای دسته پنجم برابر است با:

$$\frac{121 + 363}{2} = 242$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

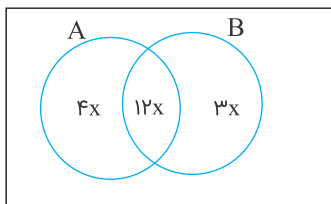
گزینه ۱

۴

به همه جملات ۴ واحد اضافه می‌شود، بنابراین اختلاف جملات برابر ۴ خواهد بود.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

با فرض $n(A \cap B) = ۱۲x$ داریم:



$$n(A \cup B) = ۵۷ \Rightarrow ۱۹x = ۵۷ \Rightarrow x = ۳$$

$$n(A) = ۱۶x = ۱۶ \times ۳ = ۴۸$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$a = \frac{1}{\gamma_0}(-a_0) = -\frac{1}{\delta}$$

$$a_0 = ۱۴ \Rightarrow -\frac{1}{\delta}(۲۵) + \delta b + c = ۱۴ \Rightarrow -\delta + \delta b + c = ۱۴$$

$$a_7 = ۱۷/۲ \Rightarrow -\frac{1}{\delta}(۴۹) + ۷b + c = ۱۷/۲ \Rightarrow -\frac{۴۹}{\delta} + ۷b + c = ۱۷/۲$$

از حل دو معادله دو مجهول داریم:

$$b = ۴, c = -۱$$

$$a_n = \frac{-1}{\delta}n^2 + ۴n - ۱$$

$$a_{۱۵} = -۴۵ + ۶۰ - ۱ = ۱۴$$

$$a_1 = -\frac{1}{\delta} + ۴ - ۱ = \frac{۱۴}{\delta}$$

$$\frac{a_{۱۵}}{a_1} = \frac{۱۴}{\frac{۱۴}{\delta}} = \delta$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

راه حل اول:

شماره شکل	۱	۲	۳
تعداد دایره ها	۵	۸	۱۱
		$+۳$	$+۳$

تعداد دایره ها تشکیل دنباله حسابی می دهند، بنابراین داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_{12} = 5 + 11 \times 3 = 38$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 1 + 2 \times 2 \\ a_2 = 2 + 2 \times 3 \\ a_3 = 3 + 2 \times 4 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = n + 2 \times (n+1) = 3n + 2$$

بنابراین با یک الگوی خطی با جمله عمومی $a_n = 3n + 2$ مواجه هستیم. جمله دوازدهم الگو برابر است با:

$$a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

$$a, a + d, a + 2d, \dots$$

$$6(a + d)^2 = 5(a + 2d)a + 3(a + d)a$$

$$\Rightarrow 6a^2 + 12ad + 6d^2 = 5a^2 + 10ad + 3a^2 + 3ad$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 6d^2 + ad = 0, \quad \frac{a}{d} = x \Rightarrow a = dx$$

$$\Rightarrow 2d^2x^2 - 6d^2 + d^2x = 0 \Rightarrow d^2(2x^2 + x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -2$$

$$\frac{a_f}{d} = \frac{a + 3d}{d} = \frac{a}{d} + 3 = x + 3 : \begin{cases} x = -2 : x + 3 = 1 \\ x = \frac{3}{2} : x + 3 = 4/2 \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

$$n(A) = m, \quad n(B) = k$$

$$m - k = n(A) - n(B) = 14$$

$$\Rightarrow n(A - B) + n(A \cap B) - (n(B - A) + n(A \cap B)) = 14$$

$$\Rightarrow n(A - B) - n(B - A) = 14 \quad (I)$$

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = 20$$

$$\Rightarrow n(A - B) + n(B - A) = 20 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I, II} \begin{cases} n(A - B) - n(B - A) = 14 \\ n(A - B) + n(B - A) = 20 \end{cases} \Rightarrow n(B - A) = 3$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

برای اینکه تعداد عضوهای A کمترین شود باید اشتراک A و B به حداقل برسد، یعنی: $n(A \cap B) = 0$

$$n(A) = m, \quad n(B) = k$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 11 \xrightarrow{n(A \cap B) = 0} n(A) + n(B) = 11$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - k = 5 \\ m + k = 11 \end{cases} \Rightarrow 2m = 16 \Rightarrow m = 8$$

توجه کنید که اگر تعداد اعضای اشتراک A و B عددی بزرگتر از صفر باشد، مقداری که برای m به دست می‌آید از ۸ بزرگتر می‌شود. امتحان کنید!

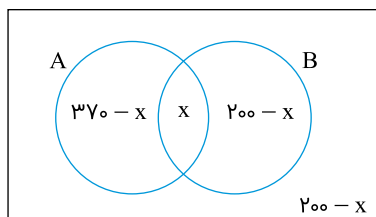
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

مجموعه A : مزرعه‌داران چای

مجموعه B : شالیزارداران

در نمودار وین زیر تعداد اعضای هر کدام را نوشته‌ایم:

$$n(U) = 500$$



$$(370 - x) + (x) + (200 - x) + (200 - x) = 500 \Rightarrow x = 135$$

$$n(A - B) = 370 - 135 = 235$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

دنباله حسابی را t_n با قدرنسبت d و الگوی خطی را a_n با قدرنسبت d' نمایش دهیم:

$$t_8 - t_4 = a_7 - a_3 \Rightarrow 4d = 4d' \Rightarrow \frac{d'}{d} = \frac{4}{4}$$

$$a_{10} = 0 \Rightarrow a_1 + 9d' = 0 \Rightarrow a_1 = -9d'$$

$$\frac{a_{10}}{d} = \frac{a_1 + 9d'}{d} = \frac{-9d' + 9d'}{d} = 0 \frac{d'}{d} = 0 \times \frac{4}{4} = 0$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

راه حل اول:

جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی با قدر نسبت (اختلاف مشترک) d و جمله اول a_1 برابر است با:

$$\underbrace{a_1 + 2d}_{t_1}, \underbrace{a_1 + 6d}_{t_2}, \underbrace{a_1 + 15d}_{t_3}$$

t_1 ، t_2 و t_3 سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی هستند، پس داریم:

$$t_2^2 = t_1 t_3 \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 15d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 17a_1d + 30d^2$$

$$\Rightarrow 6d^2 - 5a_1d = 0 \Rightarrow d(6d - 5a_1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 \Rightarrow r = 1 \text{ (در گزینه ها نیست)} \\ 6d - 5a_1 = 0 \Rightarrow d = \frac{5}{6}a_1 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$t_1 = a_1 + 2d = a_1 + 2\left(\frac{5}{6}a_1\right) = \frac{8}{3}a_1$$

$$t_2 = a_1 + 6d = a_1 + 6\left(\frac{5}{6}a_1\right) = 6a_1$$

در نتیجه قدر نسبت (نسبت مشترک) دنباله هندسی برابر است با:

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{6a_1}{\frac{8}{3}a_1} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

راه حل دوم:

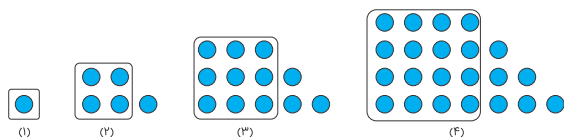
نکته: اگر جملات a_m ، a_n و a_k از یک دنباله حسابی غیر ثابت، به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، قدر نسبت

$$r = \frac{k-m}{m-n} \text{ (نسبت مشترک) دنباله هندسی برابر است با:}$$

a_3 ، a_7 و a_{16} جملات یک دنباله هندسی هستند، پس طبق نکته داریم:

$$r = \frac{16-7}{7-3} = \frac{9}{4}$$

الگوی داده شده را به صورت زیر تقسیم بندی می کنیم:



طبق شکل داریم:

$$a_1 = 1^2 + 0, \quad a_2 = 2^2 + (0 + 1), \quad a_3 = 3^2 + (0 + 1 + 2), \quad \dots$$

$$\Rightarrow a_n = n^2 + (0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1))$$

بنابراین در شکل نهم تعداد دایره ها برابر است با:

$$9^2 + (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 8) = 81 + \frac{8 \times 9}{2} = 81 + 36 = 117$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$t_n = an + b$$

$$\begin{cases} t_5 = 8 \\ t_{10} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 8 \\ 10a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow 5a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{5} = -0.6$$

$$5a + b = 8 \xrightarrow{a=-0.6} -3 + b = 8 \Rightarrow b = 11$$

$$t_{16} = 16a + b = 16(-0.6) + 11 = 1/4$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

{۱} : دسته اول

{ $\underbrace{۲}_{۱+۱}$, ۳, $\underbrace{۴}_{۲^۲}$ } : دسته دوم

{ $\underbrace{۵}_{۲^۲+۱}$, ۶, ۷, ۸, $\underbrace{۹}_{۳^۲}$ } : دسته سوم

⋮

{ $\underbrace{۵۰}_{۷^۲+۱}$, ..., $\underbrace{۶۴}_{۸^۲}$ } : دسته هشتم

{ $\underbrace{۶۵}_{۸^۲+۱}$, ..., $\underbrace{۸۱}_{۹^۲}$ } : دسته نهم

$$\Rightarrow \text{واسطه حسابی} = \frac{۸۱ + ۶۵}{۲} = \frac{۱۴۶}{۲} = ۷۳$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹