



منبع:

گزینه ۱

۱

تندی در لحظه $t = ۱۲ \text{ s}$ برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است. پس:

$$v_{t=۱۲ \text{ s}} = \frac{۲۴۰}{۱۲ - ۴} = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰ \text{ m/s}$$

اگر مکان متحرک در $t = ۱۴ \text{ (s)}$ را $x_{۱۴ \text{ s}}$ در نظر بگیریم، تندی متوسط متحرک در بازه $(۲ \text{ s}, ۱۴ \text{ s})$ برابر است با:

$$S_{av(۲ \text{ s}, ۱۴ \text{ s})} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{x_{۱۴ \text{ s}} - ۶۰}{۱۴ - ۲}$$

باتوجه به صورت تست، $S_{av(۲ \text{ s}, ۱۴ \text{ s})} = v_{t=۱۲ \text{ s}}$ است، پس:

$$\frac{x_{۱۴ \text{ s}} - ۶۰}{۱۴ - ۲} = ۳۰ \Rightarrow x_{۱۴ \text{ s}} = ۴۲۰ \text{ m}$$

حالا نسبت خواسته شده را به دست می آوریم. دو ثانیه اول یعنی $(۰, ۲ \text{ s})$ و دو ثانیه هفتم یعنی $(۱۲ \text{ s}, ۱۴ \text{ s})$ ، پس:

$$\frac{v_{av(۰, ۲ \text{ s})}}{v_{av(۱۲ \text{ s}, ۱۴ \text{ s})}} = \frac{\frac{x_{۲ \text{ s}} - x_0}{2 - 0}}{\frac{x_{۱۴ \text{ s}} - x_{۱۲ \text{ s}}}{14 - 12}} = \frac{x_{۲ \text{ s}} - x_0}{x_{۱۴ \text{ s}} - x_{۱۲ \text{ s}}} = \frac{۶۰ - ۰}{۴۲۰ - ۲۴۰} = \frac{۶۰}{۱۸۰} = \frac{۱}{۳}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۳

۲

باتوجه به نمودار، سرعت متحرک در $t = ۴ \text{ s}$ ، برابر صفر است. همچنین باتوجه به صورت سؤال، سرعت در لحظه $t = ۵/۵ \text{ s}$ ، برابر است با:

$$v_{۵/۵ \text{ s}} = \frac{\Delta x_{(۰, ۶)}}{۶ - ۵} = \frac{-۶}{۱} = -۶ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حالات شتاب متحرک را به دست می آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۶ - ۰}{۵/۵ - ۴} = -۴ \frac{\text{m}}{\text{s}^۲}$$

با استفاده از معادله مستقل از زمان، تندی در لحظه عبور از مبدأ را به دست می آوریم:

$$v_{۴ \text{ s}}^۲ - v_{x=0}^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - v_{x=0}^۲ = ۲(-۴) \times ۸$$

$$\Rightarrow |v_{x=0}| = ۸ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

$$v_1^y - v_0^y = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^y = 2(-2)4 \Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow x = -t^2 + 4t - 3$$

$$\Rightarrow x = -(t^2 - 4t + 3)$$

$$\Rightarrow x = -(t-1)(t-3) \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{اگر } t = 4 \Rightarrow x = -3$$

$$S = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{1+1+3}{3} = \frac{5}{3} \frac{m}{s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

شتاب در بازه‌ای که شیب نمودار سرعت - زمان منفی است در خلاف جهت محور X است غیر از گزینه "۲" در سایر گزینه‌ها سرعت ثانویه بیشتر از سرعت اولیه است $\Delta v > 0$.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

$$18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s}$$

$$v_1^y - v_1^y = 2a\Delta x \Rightarrow 25 - 16 = 2a(19 - 10)$$

$$\Rightarrow 9 = 18a \Rightarrow a = \frac{1}{2} m/s^2$$

$$v_1^y - v_0^y = 2a\Delta x' \Rightarrow 16 - v_0^y = 2 \times \frac{1}{2} \times (10 - (-6))$$

$$\Rightarrow 16 - 16 = v_0^y \Rightarrow v_0 = \text{صفر}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

از آنجایی که از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند آن متحرکی که شتاب بیشتری دارد زودتر می‌رسد.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1t^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{16}{25}\right)a_1(t+5)^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{4}{5}(t+5) \Rightarrow t = 20s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۳

طبق تقارن حرکت با شتاب ثابت، سرعت در $t_1 = 0$ و $t_2 = 5$ s، قرینه یکدیگرند. با فرض اینکه $v_0 > 0$ است، بنابراین سرعت در $t_1 = 0$ برابر $v_0 = +10 \frac{m}{s}$ و در $t = 5$ s، برابر $v_{5s} = -10 \frac{m}{s}$ است. بنابراین شتاب حرکت، برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 10}{5} = -4 \frac{m}{s^2}$$

چون لحظه تغییر جهت، $t = 2/5$ s (وسط 0 و 5 s) است و خارج از بازه زمانی (5 s, 10 s) می‌باشد، پس اندازه سرعت متوسط در بازه (5 s, 10 s)، برابر تندی متوسط است و سرعت در وسط این بازه، همان خواسته سؤال است:

$$v_{v/5s} = |v_{av(5s, 10s)}| = |at + v_0|$$

$$\Rightarrow v_{v/5s} = |-4 \times 7/5 + 10| = 20 \frac{m}{s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

لحظه تغییر جهت و مکان تغییر جهت (رأس سهمی) را به دست می‌آوریم:

$$x = -2t^2 + 10t - 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{-(-10)}{2(-2)} = 2/5 \text{ s} \\ x = -2(2/5)^2 + 10(2/5) - 8 = 4/5 \text{ m} \end{cases}$$

دومین لحظه‌ای که جهت بردار مکان عوض می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$x = 0 \Rightarrow -2t^2 + 10t - 8 = 0$$

$$\Rightarrow (t^2 - 5t + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ s} \\ t = 4 \text{ s} \end{cases} \quad \checkmark$$

حالا سرعت متوسط در بازه (2/5 s, 4 s) را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 4/5}{4 - 2/5} = -3 \frac{m}{s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

مجموع تغییرات سرعت در بازه‌های (7 s, 10 s) و (10 s, 12 s) را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v = \Delta v_{(7s, 10s)} + \Delta v_{(10s, 12s)}$$

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{25 - 10}{10 - 5} \times (10 - 7) + \frac{15 - 25}{15 - 10} \times (12 - 10)$$

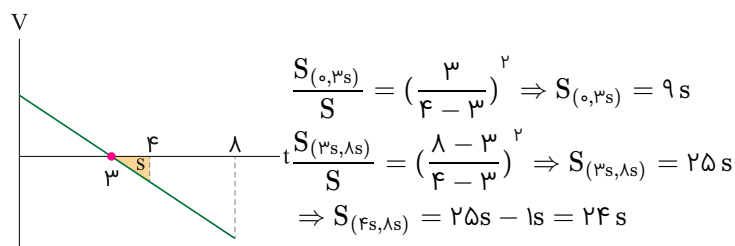
$$\Rightarrow \Delta v = 9 + (-4) = 5 \frac{m}{s}$$

حالا شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{12 - 7} = 1 \frac{m}{s^2}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

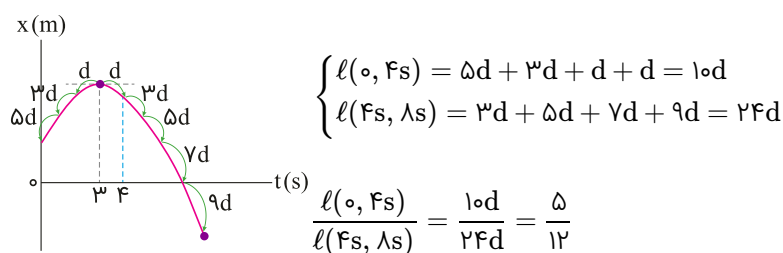
روش اول: نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مساحت مثلث رنگی شده را S در نظر بگیریم، مساحت مثلث ۳ ثانیه نخست و دوزنقه بازه (F_s, λ_s) را به دست می‌آوریم:



حالا نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

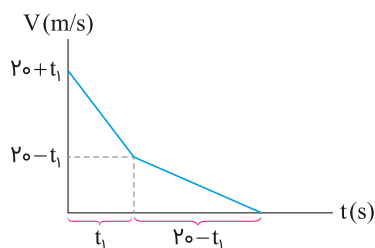
$$\frac{\ell_{(0, F_s)}}{\ell_{(F_s, \lambda_s)}} = \frac{S_{(0,3s)} + S_{(3s,7s)}}{S_{(F_s, \lambda_s)}} = \frac{1s + 1s}{1.5s} = \frac{2}{1.5} = \frac{4}{3}$$

روش دوم: مسافت طی شده در ثانیه‌های متوالی از لحظه تغییر جهت به قبل به صورت $d, 3d, 5d, 7d, 9d$ و ... می‌باشد. پس:



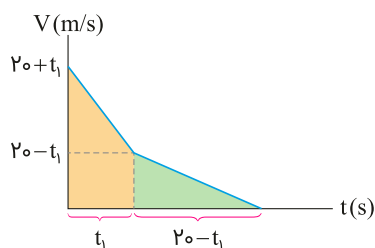
کنتور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم. مدت حرکت با شتاب به بزرگی 1 m/s^2 را $(t_1 - t_0)$ در نظر می‌گیریم. بنابراین سرعت متحرک در لحظه‌ای که شتاب آن از 2 m/s^2 به 1 m/s^2 تغییر می‌کند برابر با $v = |a|_v t = 1 \times (t_0 - t_1)$ است. چون به مدت t_1 ثانیه با شتاب 2 m/s^2 ترمز گرفته است، پس سرعت اولیه متحرک برابر است با:



$$v_0 = a_1 t_1 + v = 2t_1 + 20 - t_1 = 20 + t_1$$

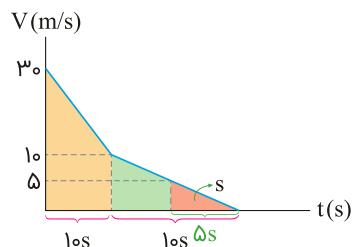
مساحت سطح زیر نمودار در t_1 ثانیه اول و $(t_0 - t_1)$ ثانیه بعدی را حساب می‌کنیم و نسبت آن‌ها را برابر ۴ قرار می‌دهیم تا t_1 به دست بیاید:



$$S_1 = 4S_2 \Rightarrow 20t_1 = 4\left(\frac{(20 - t_1)^2}{2}\right)$$

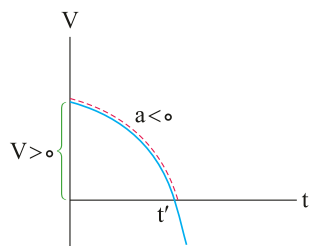
$$\Rightarrow 10t_1 = (20 - t_1)^2 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

حالا مسافت ۵ ثانیه نهایی را به دست می‌آوریم:



$$\ell = S = \frac{5 \times 5}{2} = 12.5 \text{ m}$$

در بازه $(0, t')$ نمودار بالای محور زمان است پس $v > 0$ است. شیب مماس بر نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است. در بازه $(0, t')$ شیب مماس بر نمودار منفی است. پس شتاب در این بازه منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

روش اول: $(t_1 = 4 \text{ s}, x_1 = 18 \text{ m})$ باید در گزینه درست صدق کند. تنها در گزینه (۲) صدق می‌کند. پس پاسخ درست گزینه ۲ است.
روش دوم: سرعت متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{26 - 18}{10 - 4} = \frac{18}{6} = 3 \text{ m/s}$$

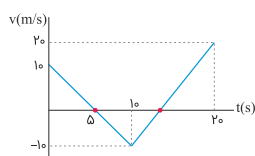
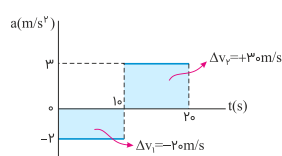
مبداء مکان- زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است. با جایگذاری سرعت و لحظه $t_1 = 4 \text{ s}$ و $x_1 = 18 \text{ m}$ مکان اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = 3t + x_0 \xrightarrow[t_1=4 \text{ s}]{x_1=18 \text{ m}} 18 = 3(4) + x_0 \Rightarrow x_0 = -6 \text{ m}$$

بنابراین معادله حرکت متحرک به صورت $x = 3t - 6$ در SI می‌باشد.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۳

گام اول: نمودار سرعت زمان متحرک را تا لحظه $t = 20 \text{ s}$ رسم می‌کنیم:



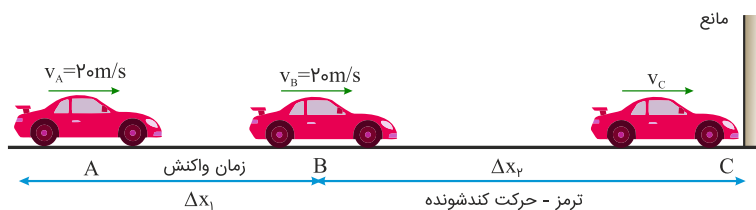
گام دوم: باتوجه به نمودار $v - t$ جابه‌جایی متحرک در 10 s اول صفر است؛ پس برای دومین بار در لحظه $t = 10 \text{ s}$ از مبدأ عبور می‌کند.

گام سوم: اگر شروع مجدد حرکت را با شتاب 3 m/s^2 لحظه $t = 10 \text{ s}$ فرض کنیم، بعد $\frac{10}{3} \text{ s}$ سرعت متحرک صفر و $\frac{20}{3} \text{ s}$ بعد سرعت متحرک $+10 \text{ m/s}$ شده و در این لحظه مجدداً

متحرک از مبدأ عبور می‌کند؛ پس باتوجه به اینکه فرض کردید لحظه شروع حرکت $t = 10 \text{ s}$ باشد، لحظه‌ای که متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$t = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3} \text{ s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹



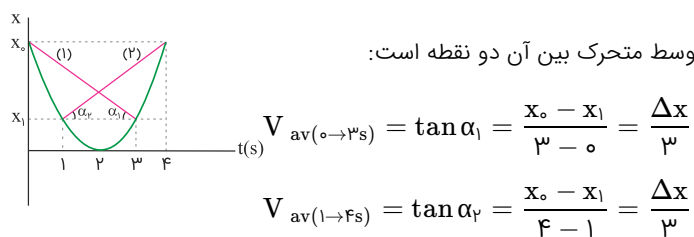
$$\Delta x_1 = vt_1 = 20 \times 0.5 = 10 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 52 - 10 = 42 \text{ m}$$

$$v_C^2 - v_B^2 = -2a(\Delta x_2) \rightarrow v_C^2 - 20^2 = -2 \times 4 \times 42$$

$$v_C^2 = -336 + 400 = 64 \Rightarrow v_C = 8 \text{ m/s}$$

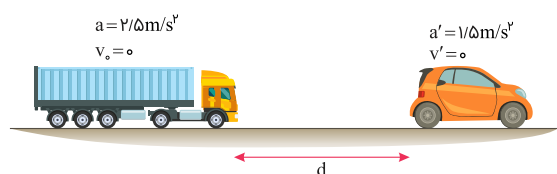
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹



شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان- زمان را به هم می‌رساند برابر با سرعت متوسط متحرک بین آن دو نقطه است:

$$|V_{av(0 \rightarrow 3s)}| = |V_{av(1 \rightarrow 4s)}|$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹



مبدأ مختصات را محل کامیون در نظر می‌گیریم:

$$x_o = \frac{1}{2} a_o t^2 + v_o t + x_o \Rightarrow x_o = \frac{1}{2} a' t^2 + d = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} t^2 + d = \frac{1}{2} t^2 + d$$

$$x_k = \frac{1}{2} a_o t^2 + v_o t + x_o \Rightarrow x_k = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} t^2 = \frac{5}{4} t^2$$

لحظه به هم رسیدن اتومبیل و کامیون:

$$x_o = x_k \Rightarrow \frac{5}{4} t^2 = \frac{1}{2} t^2 + d \Rightarrow d = \frac{3}{4} t^2 \quad (1)$$

از طرفی وقتی اتومبیل ۷۵ متر را طی می‌کند، کامیون از آن سبقت می‌گیرد، پس:

$$\Delta x = \frac{3}{4} t^2 \Rightarrow 75 = \frac{3}{4} t^2 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10 \text{ s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} d = \frac{3}{4} \times 100 = 50 \text{ m}$$

در لحظه $t = 15 \text{ s}$:

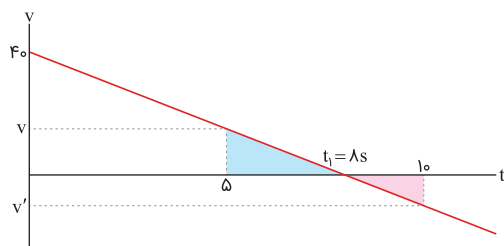
$$\left. \begin{aligned} x_o &= \frac{3}{4} \times (15)^2 + 50 = 218.75 \\ x_k &= \frac{5}{4} \times (15)^2 = 281.25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 281.25 - 218.75 = 62.5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

در لحظه‌های t_o ، t_2 و t_3 چون خط مماس افقی است پس تندی صفر است. اما در لحظه t_1 شیب مثبت و تندی از لحظه‌های دیگر بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

ابتدا نمودار سرعت-زمان را رسم می‌کنیم و به کمک معادله شتاب t_1 و سرعت در لحظه‌های $t = 5\text{ s}$ و $t = 10\text{ s}$ را به دست می‌آوریم:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0 - v_0}{t_1 - 0} \Rightarrow -5t_1 = -v_0 \Rightarrow t_1 = 10\text{ s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0 - v}{10 - 5} \Rightarrow v = 10\text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{v' - 0}{10 - 10} \Rightarrow v' = -10\text{ m/s}$$

حال برای پیدا کردن تندی مساحت قسمت رنگی را به دست می‌آوریم:

$$L = \text{مساحت} : \frac{10 \times 10}{2} + \frac{10 \times 10}{2} = 100$$

$$S = \frac{L}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10\text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲

گام اول: طبق صورت سوال:

$$v_2 + v_1 = 16\text{ m/s} \quad \text{اگر خلاف جهت هم بروند}$$

$$v_2 - v_1 = 240\text{ m/min} = 4\text{ m/s} \quad \text{اگر هم جهت حرکت کنند}$$

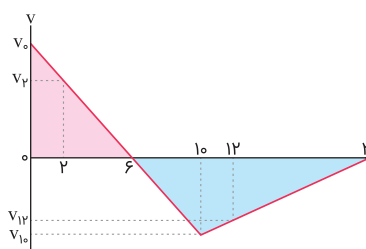
$$\Rightarrow \begin{cases} v_2 + v_1 = 16 \\ v_2 - v_1 = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 2v_2 = 20 \Rightarrow v_2 = 10\text{ m/s}$$

گام دوم: خواسته تست:

$$v_2 - v_1 = 4 \Rightarrow v_1 = 6\text{ m/s}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۲



$$\text{شیب خط} = \frac{-v_o}{6} = \frac{v_{10}}{4} \Rightarrow v_{10} = \frac{-2}{3}v_o \quad (1)$$

$$S_1 = \frac{v_o \times 6}{2} + \frac{v_{10} \times 14}{2} = 3v_o + 10v_{10} = 13\lambda$$

$$\xrightarrow{(1)} 3v_o + \frac{14}{3}v_o = \frac{23}{3}v_o = 13\lambda \Rightarrow v_o = 18 \text{ m/s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} v_{10} = -12 \text{ m/s}$$

$$(\text{0 s}, 10 \text{ s}) : \text{شتاب در بازه زمانی} : a_1 = \frac{-v_o}{6} = \frac{-18}{6} = -3 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow v = -3t + 18$$

$$(10 \text{ s}, 20 \text{ s}) : \text{شتاب در بازه زمانی} : a_2 = \frac{-v_{10}}{20 - 10} = \frac{+12}{10} = 1/2 \text{ m/s}^2$$

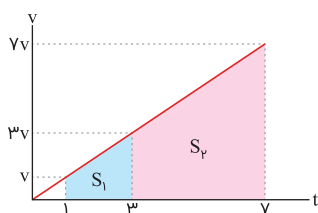
$$\Rightarrow v' = 1/2t - 12$$

$$\bar{a} = \frac{a_1(10 - 0) + a_2(20 - 10)}{20 - 0} = \frac{-3 \times 10 + 1/2 \times 20}{20} = \frac{-24 + 10}{20} = -7/10 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |\bar{a}| = 7/10 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

از آن جایی که شتاب ثابت است، نمودار $v - t$ آن به صورت خطی خواهد بود و چون اندازه جابه جایی خواسته شده است اهمیت ندارد شتاب را منفی در نظر بگیریم یا مثبت، پس:



$$S_1 = \frac{(3v + v)(3 - 1)}{2} = 4v \Rightarrow 4v = 20 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

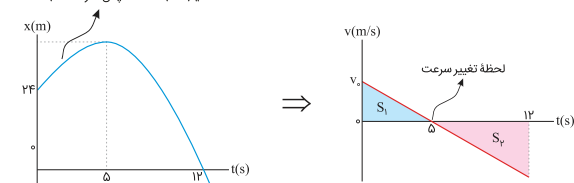
$$S_2 = \frac{(7v + 3v)(7 - 3)}{2} = \frac{10v \times 4}{2} = 20v = 20 \times 5 = 100 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

در لحظه $t = 5$ s تغییر سرعت داریم پس نمودار سرعت زمان مطابق شکل زیر خواهد بود.

دو مثلث ایجاد شده در نمودار $v - t$ ، متشابه‌اند پس:

شیب مثبت است پس سرعت مثبت است



$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{49}{25} \quad (1)$$

از طرفی طبق داده صورت سوال $S_2 - S_1 = 24$ است پس:

$$S_2 - S_1 = 24 \xrightarrow{(1)} \frac{49}{25} S_1 - S_1 = 24 \Rightarrow \frac{24}{25} S_1 = 24 \Rightarrow S_1 = 25$$

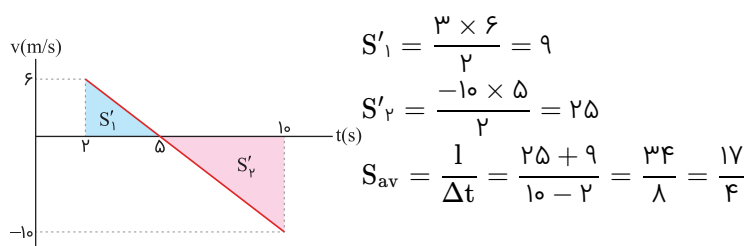
طبق نمودار $v - t$:

$$S_1 = \frac{\omega \times v_0}{2} = 25 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

حال معادله سرعت را با توجه به ثابت بودن شتاب می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \Rightarrow v = at + 10 \\ a &= \frac{0 - 10}{5 - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = -2t + 10$$

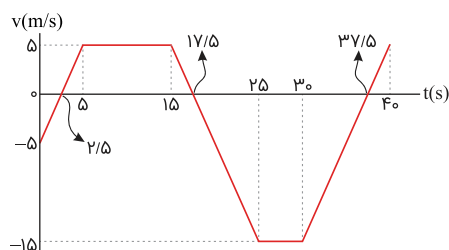
$$\Rightarrow \begin{cases} v_2 = -2 \times 2 + 10 = 6 \text{ m/s} \\ v_{10} = -2 \times 10 + 10 = -10 \text{ m/s} \end{cases}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

از روی نمودار $a - t$ نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم:

$$I = \frac{25}{2} + \frac{(12/5 + 10)50}{2} + \frac{(20 + 5)15}{2} + \frac{2/5 \times 5}{2} = 262/5$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در یک بازه زمانی دلخواه با سرعت در وسط آن بازه زمانی برابر است. یعنی سرعت متوسط بین دو لحظه $t_1 = 2\text{ s}$ و $t_2 = 6\text{ s}$ با سرعت در لحظه $t = 4\text{ s}$ برابر است. در این صورت داریم:

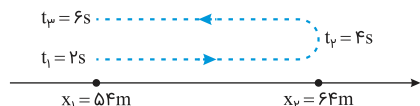
$$v_{av(2-6)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{54 - 14}{6 - 2} = \frac{-40}{4} = -10\text{ m/s}$$

$$v_{av(2-6)} = v_{t=4} = -10\text{ m/s}$$

ازطرفی سرعت متوسط در 10 ثانیه اول حرکت نیز با سرعت در لحظه $t = 4\text{ s}$ برابر است. پس داریم:

$$v_{av(0-10)} = v_{t=4} = -10\text{ m/s} \Rightarrow |v_{av(0-10)}| = 10\text{ m/s}$$

روش دوم:



باتوجه به شکل مسیر حرکت جسم در لحظه $t_1 = 2\text{ s}$ جهت حرکت جسم تغییر کرده است. ازطرفی می‌دانیم تندی حرکت جسم در لحظه $t_1 = 2\text{ s}$ با $t_2 = 6\text{ s}$ برابر است. اکنون با استفاده از رابطه محاسبه سرعت متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av(2-6)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{14 - 54}{6 - 2} = -10\text{ m/s}$$

$$v_{av(2-6)} = \frac{v_2 + v_6}{2} \Rightarrow -10 = \frac{v_2 + 0}{2} \Rightarrow v_2 = 10\text{ m/s}$$

اکنون برای محاسبه شتاب داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{2} = -5\text{ m/s}^2$$

در این صورت می‌توان نوشت:

$$t = 2\text{ s} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow 10 = -5(2) + v_0 \Rightarrow v_0 = 20\text{ m/s}$$

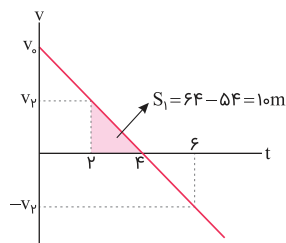
$$t = 10\text{ s} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = -5(10) + 20 = -30\text{ m/s}$$

پس بزرگی سرعت متوسط در 10 ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$|v_{av(0-10)}| = \left| \frac{v_{10} + v_0}{2} \right| = \left| \frac{-30 + 20}{2} \right| = 5\text{ m/s}$$

روش سوم:

با رسم نمودار سرعت- زمان و استفاده از سطح زیر نمودار خواهیم داشت:



$$S_1 = \frac{1}{2} v_2 (2) \Rightarrow v_2 = 10\text{ m/s}$$

$$v_6 = at + v_2 \Rightarrow 0 = 2a + 10 \Rightarrow a = -5\text{ m/s}^2$$

برای محاسبه سرعت اولیه حرکت با استفاده از معادله سرعت- زمان داریم:

$$v_6 = at + v_0 \Rightarrow 0 = -5(6) + v_0 \Rightarrow v_0 = 30\text{ m/s}$$

برای محاسبه سرعت در لحظه $t = 10 \text{ s}$ داریم:

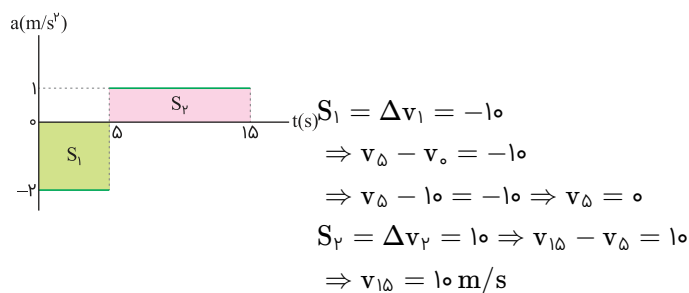
$$v_{10} = at + v_0 \Rightarrow v_{10} = -5(10) + 20 = -30 \text{ m/s}$$

در این صورت سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر است با:

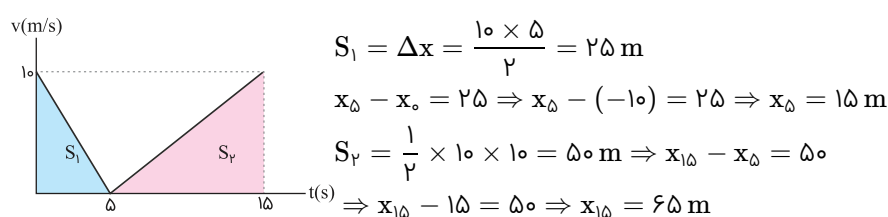
$$v_{av(0-10)} = \frac{v_0 + v_{10}}{2} = \frac{20 + (-30)}{2} = -5 \text{ m/s}$$
$$\Rightarrow |v_{av(0-10)}| = 5 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

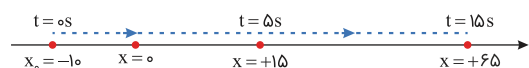
سطح زیر نمودار شتاب- زمان با تغییرات سرعت برابر است.



اکنون نمودار سرعت- زمان حرکت جسم را رسم می‌کنیم، مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با جابه‌جایی برابر است. در این صورت داریم:



بنابراین می‌توان مسیر حرکت جسم را رسم کرد:



در این صورت می‌توان نتیجه گرفت:

۱) بردار مکان جسم یک بار تغییر کرده است، اما علامت سرعت تغییر نکرده است.

۲) جهت حرکت جسم تغییر نکرده است در این صورت مسافت و جابه‌جایی باهم برابر است.

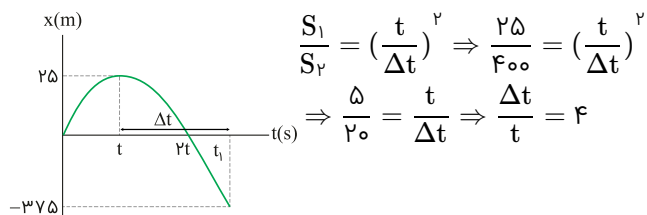
۳) شتاب متوسط در مدت زمان نشان داده شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{15 - 0} = 0$$

۴) سرعت متوسط در مدت زمان نشان داده شده برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{75}{15} = 5 m/s$$

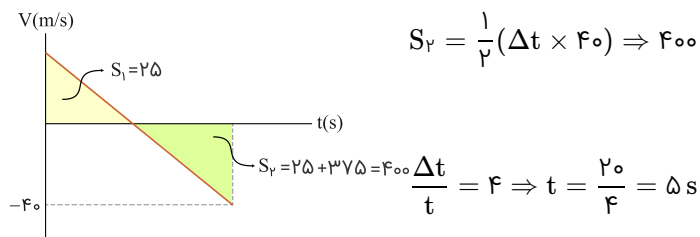
باتوجه به نمودار مکان- زمان داده شده، نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت را رسم می‌کنیم. مسافت پیموده شده توسط جسم در هر بازه مشخص شده است. پس می‌توان نوشت:



از طرفی برای محاسبه مسافت پیموده شده در مدت زمان Δt داریم:

$$S_2 = \frac{1}{2}(\Delta t \times F_{00}) \Rightarrow F_{00} = 20 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 20 s$$

پس لحظه t برابر است با:



در مدت زمانی که جسم در مکان‌های مثبت قرار دارد، بردار مکان آن در جهت محور است. در این صورت مدت زمان خواسته شده برابر است با:

$$2t = 2 \times 5 = 10 s$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

روش اول:

باتوجه به نمودار مکان- زمان داده شده ابتدا تندی متحرک A را حساب می‌کنیم:

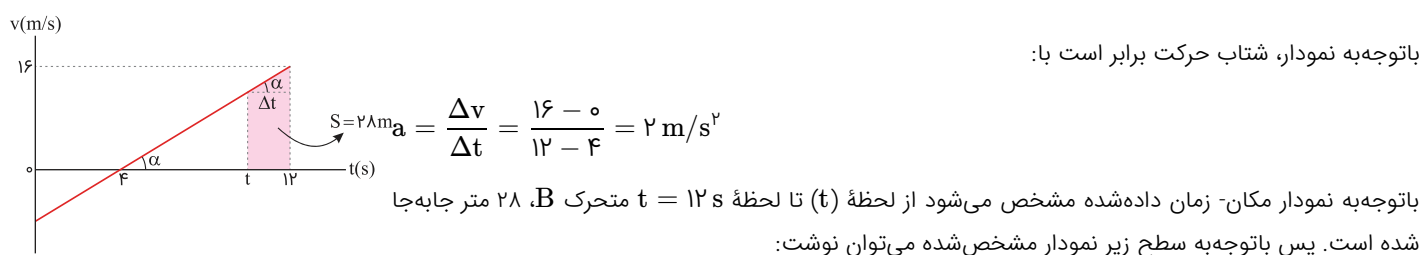
$$|v_A| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|64 - 28|}{12} = 3 \text{ m/s}$$

در این صورت تندی متحرک B برابر است با:

$$v_B = \frac{16}{3} |v_A| = \frac{16}{3} (3) = 16 \text{ m/s}$$

اکنون می‌توان نمودار سرعت- زمان مربوط به متحرک B که با شتاب ثابت حرکت می‌کند را رسم کرد:

باتوجه به نمودار، شتاب حرکت برابر است با:



$$\begin{aligned} 28 &= \left(\frac{(16 - 2\Delta t) + 16}{2} \right) \Delta t \\ \Rightarrow 56 &= (32 - 2\Delta t) \Delta t \Rightarrow 56 = 32\Delta t - 2\Delta t^2 \\ \Rightarrow 2\Delta t^2 - 32\Delta t + 56 &= 0 \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s} \Rightarrow t = 12 - 2 = 10 \text{ s} \end{aligned}$$

در لحظه $t = 10 \text{ s}$ متحرک B از مبدأ عبور کرده و جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند.

اکنون مکان متحرک A در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x_A = vt + x_0 \Rightarrow x_A = -3t + 64 = -3(10) + 64 = 34 \text{ m}$$

چون متحرک B در مبدأ قرار دارد، فاصله دو متحرک برابر 34 m است.

روش دوم:

ابتدا سرعت متحرک A را مشخص کرده و معادله حرکت آن را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{28 - 64}{12} = -3 \text{ m/s} \\ x_A &= v_A t + x_{0A} = -3t + 64 \end{aligned}$$

باتوجه به اطلاعات مربوط به نمودار در مورد متحرک B می‌توان نوشت:

$$\text{در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند } (t = 12 \text{ s}): v_B = \frac{16}{3} |v_A| = \frac{16}{3} (3) = 16 \text{ m/s}$$

$$4 \text{ s} \leq t \leq 12 \text{ s}: a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 - 0}{8} = 2 \text{ m/s}^2$$

اکنون باتوجه به مشخص بودن شتاب حرکت، می‌توان سرعت اولیه متحرک B را مشخص کرد:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{0 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = -8 \text{ m/s}$$

با استفاده از معادله مکان- زمان می‌توان مکان اولیه را نیز مشخص کرد:

$$\begin{cases} x_B = t^2 - 8t + x_0 \\ t = 12 \text{ s} \\ x = 28 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow 28 = 144 - 96 + x_0 \Rightarrow x_0 = -20 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x_B = t^2 - 8t + 20$$

اکنون می‌توان لحظه تغییر جهت بردار مکان برای متحرک B را مشخص کرد:

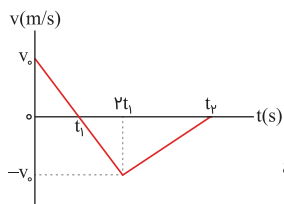
$$x_B = 0 \Rightarrow t^2 - 1t + 20 = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

در این صورت فاصلهٔ دو متحرک برابر است با:

$$d = x_A - x_B = (-3t + 64) - 0 = -3(10) + 64 = 34 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۲

از لحظه شروع حرکت تا لحظه $۲t_1$ ، شتاب حرکت ثابت است. در این صورت مقادیر سرعت در ابتدای حرکت و لحظه $۲t_1$ برابر است.



در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_{1(0-2t_1)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_o - v_o}{2t_1} = \frac{-2v_o}{2t_1} = -\frac{v_o}{t_1}$$

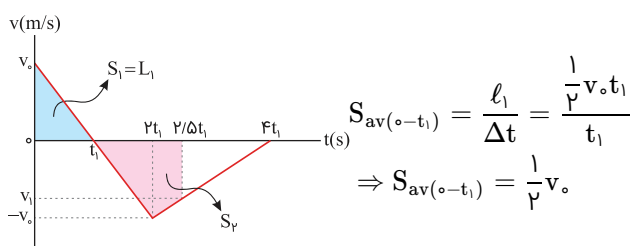
$$a_{2(t_2-2t_1)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-v_o)}{t_2 - 2t_1} = \frac{v_o}{t_2 - 2t_1}$$

با استفاده از شرط سؤال داریم:

$$|a_1| = ۲a_2 \Rightarrow \frac{v_o}{t_1} = ۲ \frac{v_o}{t_2 - 2t_1} \Rightarrow t_2 - 2t_1 = 2t_1$$

$$\Rightarrow t_2 = 4t_1$$

برای محاسبه تندی متوسط در بازه‌های زمانی خواسته شده می‌توان نوشت:



برای تعیین تندی متوسط در بازه زمانی t_1 تا $۲/۵t_1$ ابتدا سرعت v_1 را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_1}{-v_o} = \frac{4t_1 - ۲/۵t_1}{4t_1 - 2t_1} \Rightarrow v_1 = -\frac{۳}{۴}v_o \quad (\text{شتاب در این بازه زمانی ثابت است})$$

بنابراین خواهیم داشت:

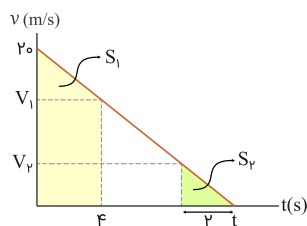
$$S'_{av(t_1-۲/۵t_1)} = \frac{(\frac{v_o \times t_1}{۲}) + (\frac{v_o + \frac{۳}{۴}v_o}{۲} \times ۰/۵t_1)}{۲/۵t_1 - t_1}$$

$$\Rightarrow S'_{av} = \frac{۵}{۸}v_o$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\frac{v_o}{۲}}{\frac{۵}{۸}v_o} = \frac{۴}{۵}$$

شتاب حرکت که با شیب خط نمودار سرعت- زمان برابر است، ثابت است. پس می‌توان نوشت:



$$\frac{v_0 - v_1}{t} = \frac{v_2}{t} \Rightarrow 2v_2 = v_0 - v_1 \quad (1)$$

از طرفی باتوجه به رابطه بین مسافت‌های داده شده می‌توان نوشت:

$$S_1 = 2S_2 \Rightarrow \left(\frac{v_0 + v_1}{2}\right)t = 2\left(\frac{v_2 \times t}{2}\right) \Rightarrow 18v_2 = v_0 + v_1 \quad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت:

$$20v_2 = 40 \Rightarrow v_2 = 2 \text{ m/s}$$

در این صورت شتاب حرکت برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_2}{2} \Rightarrow a = -1 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

باتوجه به نمودار، در ۲۰ ثانیه اول حرکت، مقدار تغییرات سرعت برابر است با $20 \times 10 = 200 \text{ m/s}$ ؛ یعنی سرعت در لحظه $t_1 = 20 \text{ s}$ ، -20 m/s است (مساحت زیر نمودار $a - t$ ، برابر تغییرات سرعت است) از لحظه $t_1 = 20 \text{ s}$ به بعد، شتاب 2 m/s^2 است؛ پس داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 20$$

متحرک در لحظه‌ای (لحظه‌هایی) تغییر جهت می‌دهد که سرعتش صفر می‌شود، بنابراین:

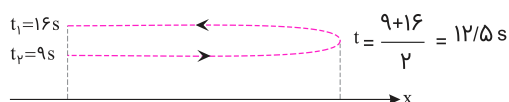
$$v = 0 \Rightarrow 2t - 20 = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

پس متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد (در لحظه $t = 10 \text{ s}$).

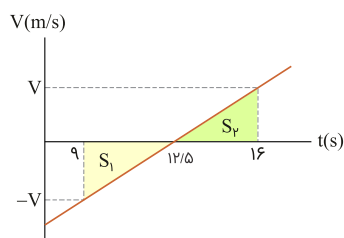
t	10
v	- 0 +

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۴

جابه‌جایی بین دو لحظه $t_1 = 9\text{ s}$ و $t_2 = 16\text{ s}$ برابر صفر است. در این صورت مکان اولیه و نهایی جسم بین این دو لحظه برابر است. پس می‌توان لحظه تغییر جهت حرکت جسم را مشخص کرد.



با رسم نمودار سرعت- زمان مربوط به حرکت جسم مشخص بودن شتاب، می‌توان تندی حرکت در لحظه‌های $t = 9\text{ s}$ و $t = 16\text{ s}$ را حساب کرد.



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{16 - 12.5} \Rightarrow a = \frac{v}{3.5}$$

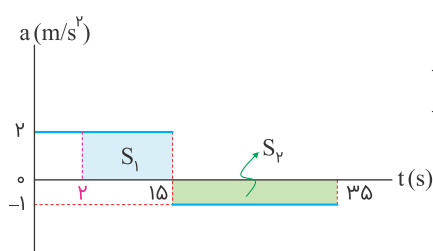
$$\Rightarrow v = 14\text{ m/s}$$

اکنون برای محاسبه تندی متوسط داریم:

$$\left. \begin{aligned} s_{av} &= \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} \\ S_1 &= S_2 = \frac{14 \times 3.5}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow s_{av} = \frac{2 \left(\frac{14 \times 3.5}{2} \right)}{16 - 9} = 7\text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

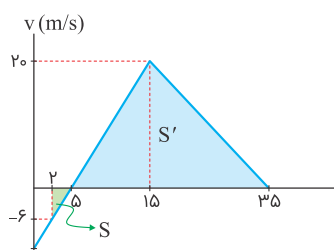
مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان با تغییرات سرعت (Δv) برابر است.



$$v_{15} - v_2 = S_1 \Rightarrow v_{15} - (-6) = 26 \Rightarrow v_{15} = 20\text{ m/s}$$

$$v_{35} - v_{15} = S_2 \Rightarrow v_{35} - 20 = -20 \Rightarrow v_{35} = 0$$

حالا می‌توانیم با رسم نمودار سرعت - زمان جابه‌جایی را از ۲ تا ۱۵ ثانیه به دست آوریم:



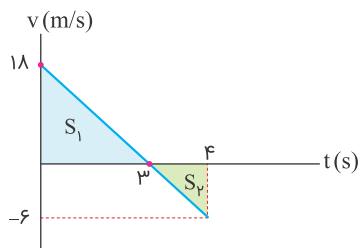
$$\Delta x = S + S'$$

$$\Delta x = \frac{3 \times (-6)}{2} + \frac{30 \times 20}{2} = 291\text{ m}$$

$$x_{35} - (-16) = 291 \Rightarrow x_{35} = 275\text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

ابتدا نمودار سرعت - زمان را در مدت موردنظر با نقطه‌یابی رسم می‌کنیم:



$$v = -6t + 18$$

$$|S_1| = \frac{18 \times 3}{2} = 27 \text{ m}$$

$$|S_2| = \frac{6 \times 1}{2} = 3 \text{ m}$$

$$\ell = \text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| = 27 + 3 = 30 \text{ m}$$

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ m/s}$$

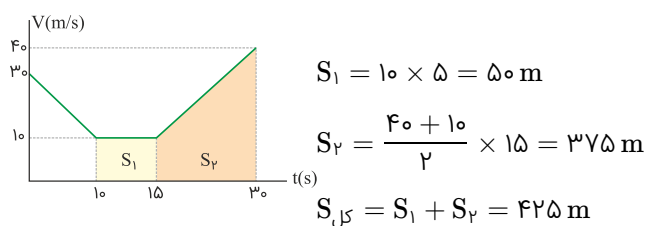
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

کافی است نمودار سرعت- زمان حرکت را رسم کنیم. سطح زیر نمودار ($v-t$) برابر با جابه‌جایی است که نسبت جابه‌جایی به زمان برابر با سرعت متوسط است.

$$t = 10 \text{ s تا } t = 0 \text{ s: } v_1 = a_1 t + v_0 \xrightarrow{a_1 = -2 \text{ m/s}^2} v_1 = -2 \times 10 + 30 = 10 \text{ m/s}$$

$$t = 15 \text{ s تا } t = 10 \text{ s: } v_2 = a_2 t + v_1 \xrightarrow{a_2 = 0} v_2 = v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$t = 30 \text{ s تا } t = 15 \text{ s: } v_3 = a_3 t + v_2 \xrightarrow{a_3 = 2 \text{ m/s}^2} v_3 = 2 \times 15 + 10 = 40 \text{ m/s}$$



$$S_1 = 10 \times 10 = 100 \text{ m}$$

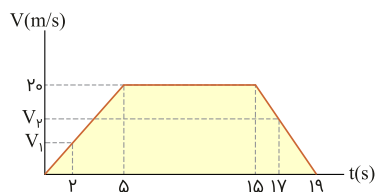
$$S_2 = \frac{10 + 10}{2} \times 5 = 50 \text{ m}$$

$$S_3 = S_1 + S_2 = 150 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{S_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{150}{30} = 5 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

ابتدا نمودار سرعت- زمان حرکت اتومبیل را رسم می‌کنیم:



باتوجه به ثابت بودن شتاب در ۵ ثانیه اول حرکت می‌توان سرعت در لحظه $t = 2$ s را حساب کرد:

$$\frac{v_0}{5} = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$$

در چهار ثانیه آخر حرکت نیز شتاب ثابت است. در این صورت داریم:

$$\frac{v_0}{4} = \frac{v_2}{2} \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s}$$

در این صورت شتاب متوسط بین دو لحظه خواسته شده برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 2}{15} = \frac{2}{15} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۱

با توجه به نمودار، متحرک در $t = 5$ s متوقف می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 5a + v_0 \Rightarrow v_0 = -5a$$

معادله مکان - زمان را می‌نویسیم و دو لحظه $t = 1$ s و $t = 12$ s را در آن جایگذاری می‌کنیم. دقت کنید $v_0 = -5a$ است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} 66 = \frac{1}{2}a - 5a + x_0 \\ 0 = \frac{1}{2}a \times 144 - 5a \times 12 + x_0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} \begin{cases} 66 = -\frac{9}{2}a + x_0 & \text{(I)} \\ 0 = 12a + x_0 \Rightarrow a = -\frac{x_0}{12} & \text{(II)} \end{cases}$$

رابطه (II) را در (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$66 = \frac{9x_0}{24} + x_0 \Rightarrow 66 = \frac{33x_0}{24} \Rightarrow x_0 = 48 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

اگر جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول حرکت X_1 باشد، جابه‌جایی در ۴ ثانیه دوم $X_1 + 16a$ و جابه‌جایی در چهار ثانیه سوم $X_1 + 32a$ و جابه‌جایی در چهار ثانیه چهارم $X_1 + 48a$ است. با توجه به صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$X_1 = (X_1 + 16a) + (X_1 + 32a) + (X_1 + 48a)$$

$$\xrightarrow{X_1=200\text{ m}} 200 = 600 + 96a \Rightarrow a = -\frac{400}{96} \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{400}{96} = \frac{25}{6} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۱

حرکت از ۳ مرحله تشکیل شده که در مراحل ۱ و ۳ شتاب و زمان مساوی است.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 20 \times 25 = 500 \text{ m}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 500 \Rightarrow \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2 + \frac{1}{2}at_3^2 + vt_3 = 500$$

$$\xrightarrow{t_1=t_3, t_2=25-2t_1} \frac{1}{2}(\frac{5}{6})t_1^2 + v(25-2t_1) + \frac{1}{2}(-\frac{5}{6})t_1^2 + vt_1 = 500 \Rightarrow v(25-2t_1) = 500 \quad (1)$$

حرکت در مرحله دوم یکنواخت است و سرعت متحرک در طول این مرحله برابر است با سرعت نهایی متحرک در مرحله اول یعنی:

$$(2) \quad v = at_1 = 5t_1 : \text{سرعت در مرحله دوم حرکت، برابر با مقدار نهایی سرعت در مرحله اول حرکت است}$$

پس با جایگذاری (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} 5t_1(25 - t_1) = 500$$

$$\Rightarrow t_1^2 - 25t_1 + 100 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 20 \text{ s} & \text{غیر قابل قبول} \\ t_1 = 5 \text{ s} \Rightarrow t_2 = 25 - 2(5) = 15 \text{ s} \end{cases}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s مسافت طی شده بیش از دو برابر مسافت طی شده در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است، درحالی که بازه زمانی آن دو برابر بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است؛ بنابراین در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s تندی متوسط بیشتر از بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s است. علاوه بر این برای مقایسه گزینه (۲) و (۳) بخشی از مسیر هر دو گزینه یکسان است (یعنی بازه ۲ تا ۶ ثانیه) پس کافی است بازه زمانی صفر تا ۲ s را با ۶ s تا ۱۰ s مقایسه کنیم. باتوجه به نمودار، مسافت طی شده در بازه زمانی ۶ s تا ۱۰ s بیش از دو برابر مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا ۲ s است. پس تندی متوسط در بازه زمانی ۲ s تا ۱۰ s بیشتر است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

معادله مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم. چون نمودار مکان - زمان دو متحرک به صورت خط راست است، سرعت دو متحرک ثابت است و معادله مکان - زمان آن‌ها از رابطه $x = vt + x_0$ به دست می‌آید.

$$\begin{cases} v_A = \frac{500 - 400}{10} = 10 \text{ m/s} \\ v_B = \frac{0 - (-300)}{10} = 30 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{cases}$$

فاصله دو متحرک برابر $|x_A - x_B|$ است. پس:

$$\begin{aligned} |x_A - x_B| = 600 &\Rightarrow |10t + 400 - 30t + 300| = 600 \\ \Rightarrow |-20t + 700| = 600 &\Rightarrow \begin{cases} -20t + 700 = 600 \Rightarrow t_1 = 5 \text{ s} \\ -20t + 700 = -600 \Rightarrow t_2 = 65 \text{ s} \end{cases} \end{aligned}$$

خواسته سؤال $\frac{t_2}{t_1}$ برابر $13 = \frac{65}{5}$ است.

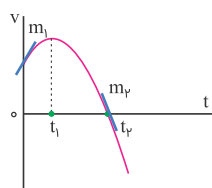
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

علت نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی می‌کنیم:

(۱) در بازه زمانی صفر تا t_1 تندی در حال افزایش است.

(۲) شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ نشان‌دهنده شتاب متحرک است. بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_2 ، بیشتر از بزرگی شیب خط مماس در لحظه t_1 است.

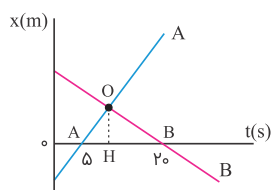
(۳) قبل از لحظه t_1 شتاب در جهت محور x است چون شیب خط مماس مثبت است و پس از لحظه t_1 شتاب در خلاف جهت محور x است چون شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

راه حل اول:

در مثلث OAB شیب خط OA دو برابر بزرگی شیب خط OB است بنابراین $HB = 2AH$ است پس:



$$AH + HB = 15$$

$$3AH = 15 \Rightarrow AH = 5$$

بنابراین دو متحرک در لحظه $t = 10s$ به هم می‌رسند.

چون در ابتدا از هم $150m$ فاصله داشته‌اند و پس از $10s$ به هم رسیده‌اند پس $10s$ ثانیه بعد (یعنی لحظه $t = 20s$) فاصله آنها از هم باز هم $150m$ است.

راه حل دوم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} x_A = 2|v_B| \times 10 + x_{0A} \\ x_B = -|v_B| t + x_{0B} \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 2|v_B| \times 10 + x_{0A} = -|v_B| \times 10 + x_{0B}$$

$$\Rightarrow 3|v_B| = x_{0B} - x_{0A} = 150$$

$$\Rightarrow |v_B| = 50 \text{ m/s}, v_A = 100 \text{ m/s}$$

حال معادله مکان-زمان را برای دو متحرک می‌نویسیم و فاصله آنها را در لحظه $t = 20s$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_A = 10t + x_{0A} \\ x_B = -5t + x_{0B} \end{cases} \xrightarrow{t=20s} x_A - x_B = (10 \times 20 + x_{0A}) - (-5 \times 20 + x_{0B})$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 300 - 150 = 150 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ داریم:

$$-۴ = \frac{v_{10} - v_5}{10 - 5} \Rightarrow v_{10} - v_5 = -20 \text{ m/s} \quad (I)$$

$$۲ = \frac{v_{12} - v_{10}}{12 - 10} \Rightarrow v_{12} - v_{10} = ۴ \text{ m/s} \quad (II)$$

دو معادله (I) و (II) را باهم جمع می‌کنیم:

$$(I) + (II) = v_{12} - v_5 = ۴ - 20 = -16 \text{ m/s}$$

حال شتاب متوسط در بازه زمانی $5s$ تا $12s$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{v_{12} - v_5}{12 - 5} = \frac{-16}{7} \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۴۰۰

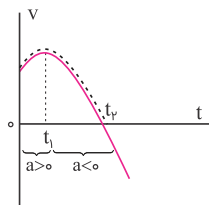
به بررسی هریک از موارد می‌پردازیم:

الف) نادرست؛ در لحظه t_1 تنها جهت شتاب تغییر می‌کند و سرعت همچنان مثبت و در جهت محور باقی می‌ماند.

ب) درست؛ در این بازه سرعت مثبت است یعنی حرکت متحرک در جهت محور است.

پ) نادرست؛ در این بازه تندى (اندازه سرعت) در حال افزایش است.

ت) نادرست؛ شتاب برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان است. باتوجه به شیب خط مماس، در بازه $(0, t_1)$ شتاب مثبت و در بازه (t_1, t_2) شیب خط مماس منفی است.



کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

ابتدا تغییرات سرعت را در هر بازه با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta v_{(0,10s)} = a_{av(0,10s)} \times \Delta t = -2 \times 10 = -20 \text{ m/s}$$

$$\Delta v_{(0,15s)} = a_{av(0,15s)} \times \Delta t = \frac{2}{3} \times 15 = +10 \text{ m/s}$$

باتوجه به تغییرات سرعت در دو بازه به دست آمده، تغییر سرعت در بازه $(10s, 15s)$ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v_{(10s,15s)} = \Delta v_{(0,15s)} - \Delta v_{(0,10s)} \Rightarrow \Delta v_{(10s,15s)} = 10 - (-20) = +30 \text{ m/s}$$

حالا شتاب متوسط در بازه $(10s, 15s)$ را به دست می‌آوریم:

$$a_{av(10s,15s)} = \frac{\Delta v_{(10s,15s)}}{15 - 10} = \frac{30}{5} = +6 \vec{i} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

معادله حرکت جسم را با معادله مکان- زمان مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 12t + 10/\omega t \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \text{ m/s}^2 \\ x_0 = 10/\omega \text{ m/s} \\ v_0 = -12 \text{ m/s} \end{cases}$$

معادله سرعت- زمان متحرک را نوشته و در بازه زمانی ۲s تا ۴s، مدت زمانی که سرعت متحرک منفی است را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 12 \xrightarrow{v=0} 0 = 4t - 12 \Rightarrow t = 3s$$



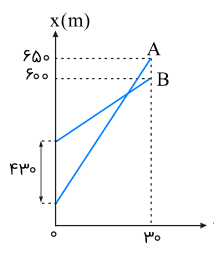
قسمت‌هایی که علامت سرعت منفی است، متحرک برخلاف جهت محور x حرکت کرده است.

بنابراین در بازه زمانی ۲ تا ۴ ثانیه، متحرک ۱ ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۶

نمودار مکان- زمان دو متحرک به صورت خطی است؛ بنابراین سرعت دو متحرک ثابت است.

باتوجه به شیب نمودار مکان- زمان، اختلاف سرعت دو متحرک را به دست می‌آوریم:



$$v_A = \frac{60 - x_{0A}}{30}$$

$$v_B = \frac{60 - x_{0B}}{30}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = \frac{60 - x_{0A}}{30} - \frac{60 - x_{0B}}{30}$$

$$= \frac{60 - 60 + (x_{0B} - x_{0A})}{30}$$

$$= \frac{40}{30} = 1.33 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۴

گام اول:

سرعت اولیه هر دو جسم صفر است.

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و به یک مقصد معین می‌رسند، پس جابه‌جایی آن‌ها یکسان است:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \quad (1)$$

گام دوم: متحرک شماره (۱) که شتاب بیشتری دارد ۲s زودتر به مقصد رسیده، پس:

$$t_1 = t_2 - 2 \quad (2)$$

گام سوم: چون زمان حرکت متحرک شماره (۱) را می‌خواهیم t_2 را از رابطه (۲) در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و t_1 را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} a_1 t_1^2 = \frac{9}{16} a \times (t_1 + 2)^2$$

$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \left(\frac{t_1}{t_1 + 2} \right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{t_1}{t_1 + 2}$$

$$\Rightarrow 4t_1 = 3t_1 + 6 \Rightarrow t_1 = 6s$$

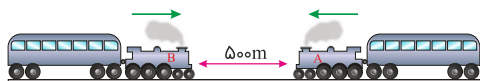
کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

طبق تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6 - 0}{4 - 1} = -2 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۸۷





سطح زیر نمودار سرعت- زمان برابر با جابه‌جایی است.
بنابراین جابه‌جایی هر دو متحرک را در مدت ۱۰ s که متحرک A متوقف شده است، محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x_A = S_A = \frac{10 \times 30}{2} = 150 \text{ m}$$

شیب نمودار سرعت- زمان برابر با شتاب متحرک B است:

$$a_B = -\frac{40}{16} = -\frac{10}{4} \text{ m/s}^2$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \left(-\frac{10}{4} \right) \times 10^2 + 40 \times 10 = 275 \text{ m}$$

$$B, A \text{ فاصله } d = 500 - (\Delta x_A + \Delta x_B) = 500 - (150 + 275) \Rightarrow d = 75 \text{ m}$$

دقت شود: اگر علامت منفی را برای شتاب متحرک B در نظر نگیریم، مسافت پیموده شده این متحرک برابر با ۵۲۵ m به دست می‌آید که تفاضل آن با ۵۰۰ m برابر با ۲۵ m می‌شود و به گزینه (۱) می‌رسیم که اشتباه است.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۷

$$۲ \text{ ثانیه دوم} : \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \\ t_2 = 4 \text{ s} \end{cases}$$

$$v = 2t^2 - 4t - 2 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t_1=2 \text{ s}} v_1 = 2(2)^2 - 4(2) - 2 = -2 \text{ m/s} \\ \xrightarrow{t_2=4 \text{ s}} v_2 = 2(4)^2 - 4(4) - 2 = 14 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{14 - (-2)}{4 - 2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول: جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی ۱s تا ۶s به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = 3 \times 5 = 15 \text{ m}$$

چون متحرک تغییر جهت داشته پس مسافت بزرگ‌تر از جابه‌جایی است؛ بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ نمی‌توانند درست باشند.

گام دوم: جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی یک ثانیه‌ای بررسی می‌کنیم. چون سرعت در $t = 2\text{s}$ صفر است، اگر جابه‌جایی در ثانیه سوم d باشد در ثانیه‌های بعدی مضرب فردی از d است:

$$\Delta x_1 = -\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۱s تا ۲s}$$

$$\Delta x_2 = \vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۲s تا ۳s}$$

$$\Delta x_3 = 3\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۳s تا ۴s}$$

$$\Delta x_4 = 5\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۴s تا ۵s}$$

$$\Delta x_5 = 7\vec{d} \quad \text{بازه زمانی ۵s تا ۶s}$$

گام سوم: d را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 + \Delta x_5$$

$$15 = -d + d + 3d + 5d + 7d \Rightarrow 15 = 15d \Rightarrow d = 1 \text{ m}$$

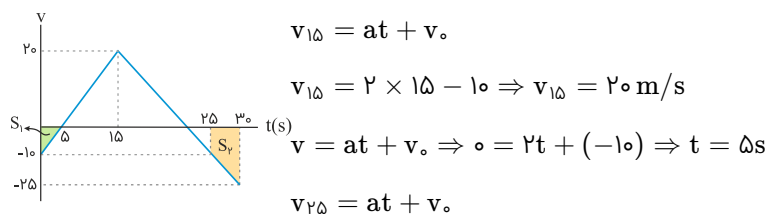
گام چهارم: مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5|$$

$$\ell = 1 + 1 + 3 + 5 + 7 = 17 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

بهترین روش رسم نمودار سرعت- زمان است.



$$v_{15} = at + v_0$$

$$v_{15} = 2 \times 15 - 10 \Rightarrow v_{15} = 20 \text{ m/s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2t + (-10) \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

$$v_{25} = at + v_0$$

$$v_{25} = -3 \times 10 + 20 = -10 \text{ m/s}$$

$$v_{30} = -3 \times 15 + 20 = -25 \text{ m/s}$$

$$\frac{\text{مسافت طی‌شده در ثانیه ۵ ششم}}{\text{مسافت طی‌شده در ثانیه اول}} = \frac{\frac{25 + 10}{2} \times 5}{\frac{10 \times 5}{2}} = \frac{35}{10} = 3.5$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{10s} - x_0}{10 - 0} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(v-t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{v_{max} \times 25}{2}}{25} = \frac{v_{max}}{2} = 10 \Rightarrow v_{max} = 20 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

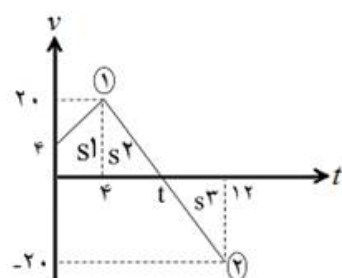
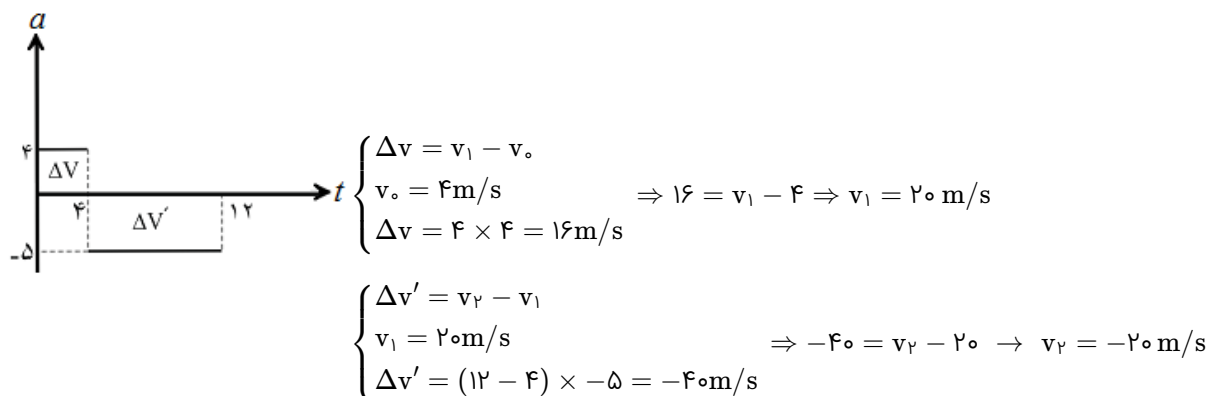
گام اول

الف) در مبدأ زمان با سرعت 4 m/s از مبدأ مکان می‌گذرد $\leftarrow v_0 = 4 \text{ m/s}, x_0 = 0$
 ب) مسافت طی شده در بازه ۰ تا ۱۲ ثانیه $\leftarrow$ ؟ = مسافت طی شده : $\Delta t = 12 \text{ s}$

گام دوم

باید نمودار سرعت- زمان را رسم کنیم تا با استفاده از این نکته که مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر با مقدار جابجایی است، مسافت را در بازه مشخص به دست آوریم.

برای رسم نمودار $v - t$ سرعت در لحظات $t = 4 \text{ s}$, $t = 12 \text{ s}$ را حساب می‌کنیم.



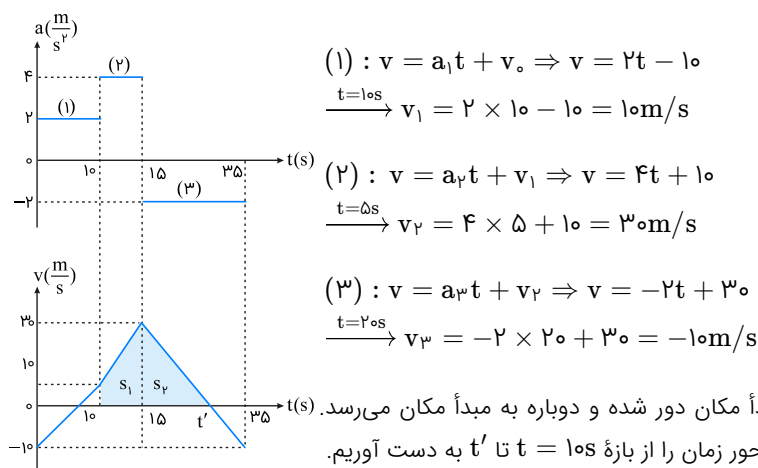
حالا مطابق نمودار $v - t$ لحظه t را حساب می‌کنیم (t بین 4 s و 12 s است پس شتاب -5 m/s^2 است).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -5 = \frac{0 - 20}{t - 4} \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

در نهایت باتوجه به اینکه قدر مطلق جابجایی در بازه‌های مختلف برابر مسافت طی شده است، مسافت طی شده در ۱۲ ثانیه را به دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = \frac{4 + 20}{2} \times 4 + \frac{20 \times 4}{2} + \frac{20 \times 4}{2} = 128 \text{ m}$$

باتوجه به نمودار شتاب- زمان، نمودار سرعت- زمان را رسم کرده و از طریق مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی داده شده را محاسبه می‌کنیم:



$$(۳) : v = -2t + 70 \Rightarrow 0 = -2t + 70 \Rightarrow t = 35s$$

یعنی در لحظه $t' = 15 + 15 = 30s$ سرعت در مرحله سوم صفر می‌شود.

$$|\Delta x| = S_1 + S_2 = \left[\frac{10 + 70}{2} \times (15 - 10) \right] + \left[\frac{70 \times (70 - 15)}{2} \right] = (20 \times 5) + (15 \times 15) = 325 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

معادله سرعت- زمان را برای بازه زمانی $(4s - 0s)$ می‌نویسیم:

$$4s \text{ تا } 0s \Rightarrow v = a_1 t + v_0 \xrightarrow{\text{طبق نمودار سؤال: } a_1 = 4 \text{ m/s}^2} v_4 = 4(4) + v_0 \Rightarrow v_4 = 16 + v_0$$

* تذکر: سرعت متحرک در لحظه $t = 4s$ سرعت اولیه برای بازه زمانی $(4s - 0s)$ است.

طبق صورت سؤال، جابجایی کل از ۰ تا ۱۰ ثانیه برابر با ۱۵۶ متر است؛ بنابراین:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

$$\Rightarrow 156 = \left(\frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v_0 t_1 \right) + \left(\frac{1}{2} a_2 t_2^2 + v_4 t_2 \right)$$

$$\xrightarrow[t_2 = 10 - 4 = 6s]{t_1 = 4s} 156 = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 16 + 4v_0 \right) + \left(\frac{1}{2} (-4)(6)^2 + 6v_4 \right)$$

$$\Rightarrow 156 = 32 + 4v_0 - 72 + 6v_4$$

$$\Rightarrow 156 = -40 + 4v_0 + 6(16 + v_0) \Rightarrow 196 = 4v_0 + 96 + 6v_0$$

$$\Rightarrow 100 = 10v_0 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۶

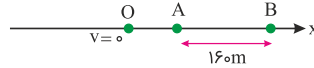
با دو بار استفاده از معادله مستقل از زمان برای حرکت شتاب ثابت، داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 10^2 = 2(-2) \times 25 \Rightarrow v = 0$$

$$\Rightarrow v'^2 - v^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v'^2 - 0 = 2(2)(61 - 25) \Rightarrow v' = 12 \text{ m/s}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۷

$a = 2 \text{ m/s}^2$



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{a=2\text{m/s}^2, v_0=0, x_0=0} x = t^2 \Rightarrow \begin{cases} OA = t_{OA}^2 & (1) \\ OB = t_{OB}^2 \Rightarrow OA + 16 = (t_{OA} + 1)^2 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \Rightarrow (2)} t_{OA}^2 + 16 = t_{OA}^2 + 16t_{OA} + 16 \Rightarrow 16t_{OA} = 96 \Rightarrow t_{OA} = 6 \text{ s}$$

$$OA = t_{OA}^2 \Rightarrow OA = 6^2 = 36 \text{ m}$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۸

متحرک A: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 75 = \frac{1}{2}(1/5)t^2 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$

متحرک B: $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 150 = \frac{1}{2}a(10)^2 \Rightarrow a_B = 3 \text{ m/s}^2$

$$\left. \begin{aligned} v_A &= at + v_0 = 1/5 \times 10 + 0 = 15 \text{ m/s} \\ v_B &= at + v_0 = 3 \times 10 + 0 = 30 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{30}{15} = 2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

گام اول

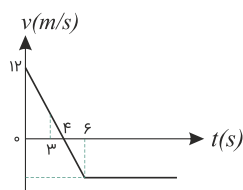
بزرگی شتاب متوسط در بازه زمانی ۳ تا ۶ ثانیه؟ $\leftarrow a_{av(3s-6s)} = ?$

گام دوم

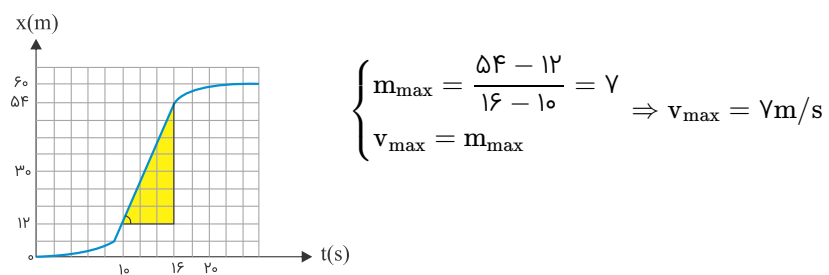
چون در بازه زمانی ۰ تا ۶ ثانیه شتاب (شیب) ثابت است، پس شتاب متوسط در تمامی بازه‌های زمانی بین زمان‌های ۰ تا ۶ ثانیه باهم برابر است یعنی:

$$a_{av(0-6s)} = a_{av(0-3s)} = a_{av(3s-6s)}$$

$$|a_{av(3s-6s)}| = |a_{av(0-6s)}| = \frac{|\Delta v|}{|\Delta t|} = \frac{|0 - 12|}{|6 - 0|} = 2 \text{ m/s}^2$$

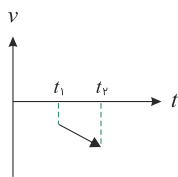


در نمودار مکان- زمان، شیب مماس بر نمودار بیانگر سرعت است. از آنجاکه بیشینه سرعت را می‌خواهیم، کافی است بیشترین شیب مماس بر نمودار را بیابیم. مطابق نمودار داریم:

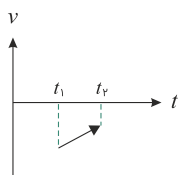


کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۵

با توجه به پیوسته تندشونده بودن حرکت، اندازه سرعت باید در حال افزایش باشد و یا $av > 0$ باشد (شیب در نمودار سرعت- زمان، شتاب است).
گزینه ها را بررسی می کنیم:

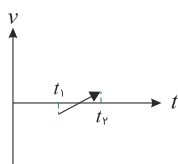


گزینه ۱: اندازه سرعت در حال افزایش است پس حرکت تندشونده است (از طرفی $av > 0$ است).

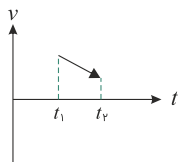


گزینه ۲: اندازه سرعت در حال کاهش است پس حرکت کندشونده است ($av < 0$).

گزینه ۳: ابتدا اندازه سرعت در حال کاهش و سپس افزایش است، پس حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است (ابتدا $av < 0$ و سپس $av > 0$).

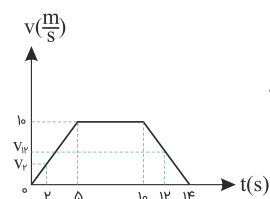


گزینه ۴: اندازه سرعت در حال کاهش است، پس حرکت کندشونده است ($av < 0$).



گزینه ۱ درست است.

شتاب متوسط از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید، پس برای اینکه شتاب متوسط در بازه زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$ را به دست بیاوریم، باید سرعت در این لحظه‌ها را محاسبه کنیم.
شیب (شتاب) نمودار در بازه $۵ - ۰$ ثانیه برابر است با:



$$a_{lav} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{5 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

باتوجه به آنکه شیب (شتاب) ثابت است می‌توانیم سرعت را در لحظه $t = ۲s$ به دست آوریم.

$$v_1 = a_{lav} t_1 + v_{o1} \Rightarrow v_1 = 2 \times 2 + 0 = 4 \text{ m/s}$$

در بازه زمانی $۱۴ - ۱۰$ ثانیه هم به همین صورت داریم:

$$a_{lav} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{14 - 10} = \frac{-10}{4} = -2/5$$

سرعت در لحظه $t = ۱۲s$ هم به دست می‌آید.

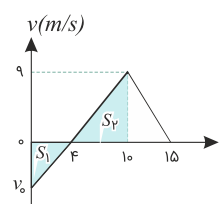
$$v_2 = a_{lav} t_2 + (v_o)_2 \Rightarrow v_2 = -2/5 \times 2 + 10 = 8 \text{ m/s}$$

دقت شود که معادله این خط را از $t = ۱۰s$ ، یعنی دو ثانیه پس از لحظه $t = ۱۲s$ ، نوشتیم.
حال کافی است مقادیر سرعت در لحظات $t = ۱۲$ و $t = ۲$ را در رابطه شتاب متوسط جایگذاری کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{12} - v_2}{\Delta t} = \frac{8 - 4}{12 - 2} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

برای محاسبه شتاب متوسط از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. برای این منظور باید سرعت در لحظات $t = ۰$ و $t = ۱۵s$ را داشته باشیم.



باتوجه به نمودار و نسبت تشابه دو مثلث S_1 و S_2 داریم:

$$\frac{(10 - 4)}{4} = \frac{9}{|v_o|} \Rightarrow |v_o| = 6 \text{ m/s} \Rightarrow v_o = -6 \text{ m/s}$$

(علامت منفی سرعت اولیه به خاطر این است که پایین محور زمان قرار دارد).

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-6)}{15 - 0} = \frac{6}{15} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۳

مساحت زیر نمودار سرعت-زمان، برابر است با مقدار جابه‌جایی. پس کافی است مطابق شکل زیر مساحت قسمت هاشورخورده را محاسبه کنیم. برای این منظور معادله سرعت-زمان را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v_0 = 12 \text{ m/s} \\ a = \frac{(-9) - (+12)}{21 - 0} = -1 \text{ m/s}^2 \end{cases} \Rightarrow v = -t + 12$$

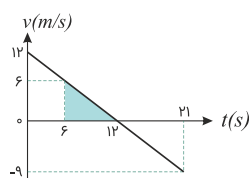
شیب خط

سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 6 \text{ s}$ و $t = 12 \text{ s}$ برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 6 \text{ s} \Rightarrow v_1 = -6 + 12 = 6 \text{ m/s} \\ t_2 = 12 \text{ s} \Rightarrow v_2 = -12 + 12 = 0 \text{ m/s} \end{cases}$$

نمودار به صورت زیر است. پس مقدار جابه‌جایی را می‌توانیم بیایم.

$$\begin{cases} S = \frac{(12 - 6) \times 6}{2} = 18 \\ \Delta x = S \end{cases} \Rightarrow \Delta x = 18 \text{ m}$$



کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۳

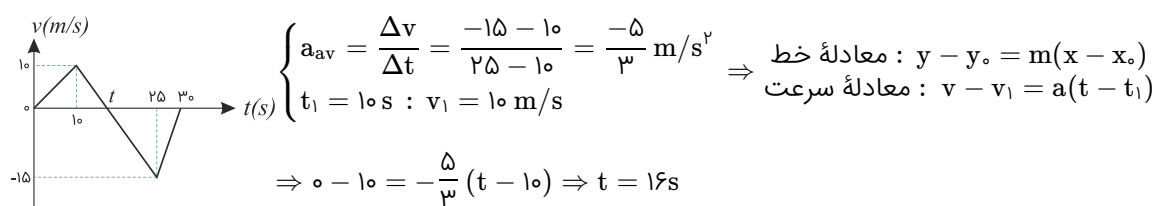
کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

بزرگی سرعت متوسط در مدتی که مخالف محور x حرکت می‌کند؟ $\leftarrow v_{av} = ?$ در مدتی که $v < 0$

گام دوم

برای به دست آوردن بزرگی سرعت متوسط باید از رابطه $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$ استفاده کنیم. مطابق نمودار باید زمان t که سرعت صفر می‌شود را به دست آوریم (با استفاده از معادله سرعت-زمان در بازه زمانی 10 s تا 25 s):



حالا باید جابه‌جایی را از بازه زمانی $t = 16 \text{ s}$ تا $t = 30 \text{ s}$ (زمانی که سرعت منفی است) به دست آوریم (دقت شود که جابه‌جایی منفی است، چون نمودار زیر محور زمان است).

$$\begin{cases} \Delta x = -S \\ S = \frac{15 \times (30 - 16)}{2} = 105 \end{cases} \Rightarrow \Delta x = -105 \text{ m}$$

جابه‌جایی و تغییرات زمان را در رابطه $|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|}$ قرار می‌دهیم:

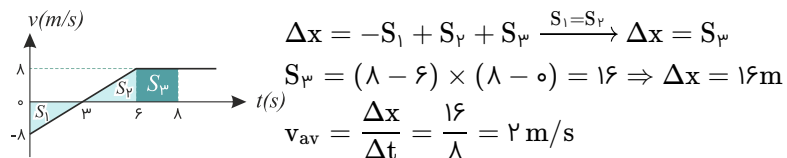
$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{|\Delta t|} = \frac{105}{14} = 7.5 \text{ m/s}$$

گام اول

سرعت متوسط جسم در ۸ ثانیه نشان داده شده ؟ $\leftarrow v_{av} = ?$, $\Delta t = 8s$

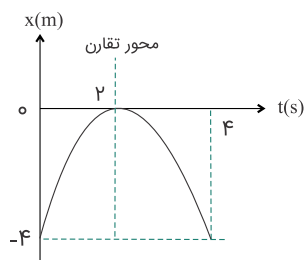
گام دوم

برای محاسبه سرعت از رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ استفاده می‌کنیم. از آنجایی که مساحت زیر نمودار سرعت-زمان، برابر مقدار جابه‌جایی است و باتوجه به اینکه S_1 و S_2 قرینه همدیگرند، مقدار جابه‌جایی را به دست آورده و در رابطه بالا جایگذاری می‌کنیم:



روش اول)

نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم:



$$x = -t^2 + 4t - 4 \Rightarrow \text{رأس سهمی} : t = \frac{-4}{-2} = 2 \text{ s}$$

مطابق نمودار، وسط بازه زمانی ۰ تا ۴ ثانیه، یعنی $t = 2 \text{ s}$ ، محور تقارن است و جهت حرکت جسم عوض می‌شود. پس مسافت طی شده در ۴ ثانیه برابر است با دو برابر جابجایی از ۰ تا لحظه ۲s:

$$\Delta x = x_2 - x_1 \Rightarrow \Delta x = +4 \text{ m}$$

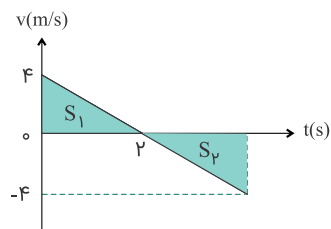
$$\text{مسافت طی شده از ۰ تا ۴ ثانیه} = 2\Delta x = 2 \times 4 = 8 \text{ m}$$

روش دوم)

معادله سرعت را به دست می‌آوریم و با استفاده از رسم نمودار $v - t$ مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$x = -t^2 + 4t - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \text{ m/s}^2 \\ v_0 = 4 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow v = -2t + 4$$

t(s)	۰	۲	۴
v(m/s)	۴	۰	-۴

قدر مطلق مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر با مسافت طی شده است:

$$\text{مسافت طی شده} = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{4 \times 2}{2} \right| + \left| \frac{-4 \times 2}{2} \right| = 8 \text{ m}$$